

TP Poiseuille - Couette

17 novembre 2020

1 Introduction

L'objectif principal de ce TP est de manipuler (= faire des expériences) sur deux dispositifs expérimentaux qui permettent d'aborder des notions de base fondamentales en mécanique des fluides :

- les transitions d'écoulement, notamment entre laminaire et turbulent,
- les nombres sans dimension permettant de décrire ces transitions et de manière plus générale le fonctionnement d'un problème physique,
- les pertes de charges en hydraulique, et plus particulièrement la notion de perte de charge régulière résultant des forces de frottement d'origine visqueuse.

Les deux écoulements étudiés dans la séance sont l'écoulement en tube dit "l'écoulement de Poiseuille" et l'écoulement entre deux cylindres pouvant être mis en rotation dit "l'écoulement de Taylor-Couette".

L'objectif du TP est avant tout de comprendre les écoulements observés et de les décrire. L'approche expérimentale nécessite beaucoup de soin et de méthode.

2 Expérience de Poiseuille

2.1 Introduction et références théoriques

Jean-Louis Marie Poiseuille (1797-1869), physicien et médecin, a étudié l'écoulement de fluide dans des petits tubes. Il en a déduit la relation liant le débit à la différence de pression dans le tube ([Poiseuille(1840)]) comme reportée sur la Fig. 1. Cette loi appelée loi de Poiseuille ou loi de Hagen-Poiseuille permet de connaître le gradient de pression ΔP à imposer pour mettre en mouvement un fluide dans un tube, ou inversement de connaître la perte de pression ΔP , ou perte de charge, résultant

» L'expression de la vitesse, tirée de l'équation $Q = k'' \frac{P \cdot D^4}{L}$, est $V = \frac{4k''}{\pi} \cdot \frac{P \cdot D^3}{L}$ (π représentant le rapport de la circonférence au diamètre). Ainsi la vitesse, dans les tubes de très petits diamètres, est proportionnelle à la pression, en raison inverse de leurs longueurs, et proportionnelle au carré de leurs diamètres.

» La formule de M. Navier, déduite par l'analyse, d'hypothèses faites *a priori* sur l'état des molécules fluides en mouvement, est $V = H \cdot \frac{P \cdot D}{L}$ (H étant un coefficient constant); elle diffère de la précédente en ce qu'elle contient la première puissance du diamètre du tube, au lieu de la seconde.

FIGURE 1 – Extrait de [Poiseuille(1840)] où Poiseuille expose la relation observée entre le débit et la pression, suite à de nombreuses expériences réalisées sur des tubes de longueur variable

de la mise en mouvement du fluide dans une conduite. La relation de Poiseuille est utilisable en écoulement laminaire.

En pratique, différents régimes d'écoulement sont observés imposant différentes relation de perte de charge. L'analyse dimensionnelle (cf. cours Introduction à la mécanique des Fluides) permet de regrouper toutes ces relations dans une description unique permettant de les utiliser quelque soit le diamètre D de la conduite, sa longueur L , le fluide utilisé (masse volumique ρ , viscosité μ) et sa vitesse U dans la conduite. Dans ce contexte, le coefficient de perte de charge λ est classiquement défini par :

$$\lambda = \frac{\frac{\Delta P}{L}}{\frac{\rho U^2}{2D}} \quad (1)$$

L'analyse dimensionnelle montre que pour un écoulement mono-phasique établi dans une conduite circulaire, le coefficient de perte de charge λ ne peut dépendre que de deux paramètres. Le premier est le nombre de Reynolds Re défini par

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu} \quad (2)$$

qui compare les effets d'inertie dans le fluide aux effets visqueux. Le second est la rugosité des parois qui est en pratique donnée par la taille moyenne ϵ des rugosités de la paroi. Ci-dessous sont rappelées les principales relations permettant de décrire l'évolution de λ .

La Relation de Poiseuille (1841) - Hagen (1839) pour l'écoulement laminaire s'écrit alors sous la forme

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (3)$$

La relation de Blasius (1911) permet de décrire l'écoulement turbulent lisse

$$\lambda = \frac{0,316}{Re^{1/4}} \quad (4)$$

La transition vers le turbulent rugueux est décrite par la relation de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\epsilon}{3,71D} + \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} \right) \quad (5)$$

Le régime turbulent rugueux est décrit par la relation de Nikuradse

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,03 \log_{10} \left(\frac{D}{\epsilon} \right) + 1,14 \quad (6)$$

L'ensemble de ces relations permettent de reproduire les courbes du diagramme de Moody donné sur la Fig. 2.

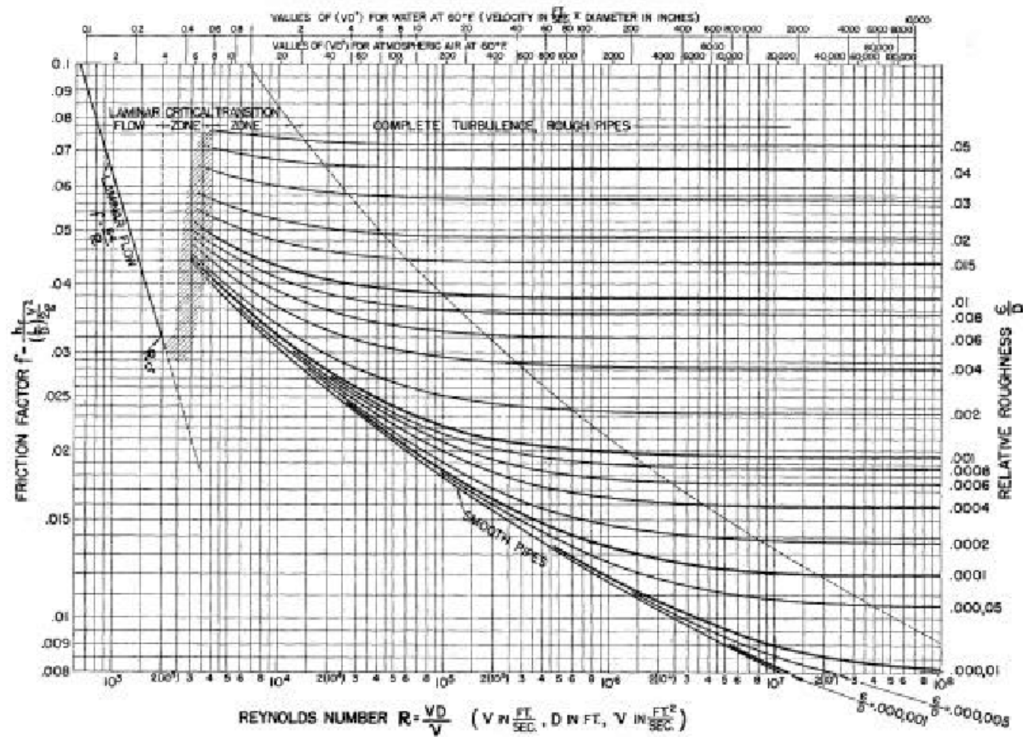


FIGURE 2 – Diagramme de Moody [Moody(1944)]

Osborne Reynolds (1842-1912) a également étudié les écoulements en tube, en portant notamment une attention particulière sur la transition entre les régimes

laminaire et turbulent. Le dispositif expérimental de Reynolds [Reynolds(1883)] est présenté sur la Fig. 3.

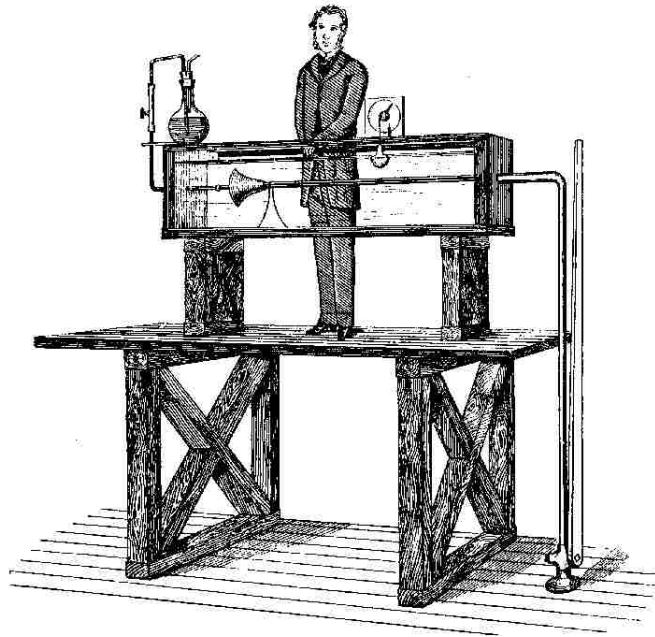


FIGURE 3 – Expérience de Reynolds à Manchester [Reynolds(1883)]

L'objectif de cette partie du TP est :

- d'observer la transition entre les régimes laminaire et turbulent,
- de déterminer le nombre de Reynolds de cette transition et d'en discuter la valeur,
- de mesurer la perte de charge dans les conduites de l'installation ,
- de tracer l'évolution du coefficient de perte de charge et de comparer son évolution aux relations données ci-dessus.

2.2 Déroulement de la séance de TP

Voici à titre indicatif les repères pour le déroulement de la séance concernant l'expérience de Poiseuille.

2.2.1 Dispositif expérimental

Observer et décrire le dispositif expérimental. Identifier les éléments importants et en expliquer le rôle. On s'attachera en particulier à comparer ce dispositif à celui utilisé par Reynolds à Manchester (cf. Fig. 3).

Les diamètres intérieurs des 2 tubes sont $D_1 = 10\text{mm}$, $D_2 = 23.5\text{mm}$. La longueur du tube entre les prises de pression est $L = 1.8\text{m}$. Le fluide étudié est de l'eau. Déterminer la température de l'installation pour en déduire les propriétés physiques de l'eau utilisée.

Mesurer la vitesse maximale dans chaque conduite et la comparer à la relation de Toricelli :

$$U = \sqrt{2gH}$$

qui donne la vitesse de vidange d'un réservoir, H étant la différence de hauteur entre la surface libre du réservoir et l'orifice de sortie.

2.2.2 Protocole expérimental

Décrire le protocole expérimental permettant de :

- Déterminer la transition laminaire-turbulent et d'en déduire le nombre de Reynolds de transition,
- Déterminer le coefficient de perte de charge.

2.2.3 Erreur de mesure et reproductibilité/répétabilité

Comme pour toute campagne expérimentale, un soin particulier devra être portée à la réalisation des mesures. Pour cela il faudra :

- identifier les principales sources d'erreur et les quantifier,
- s'assurer de la répétabilité (même conditions, même dispositif, même laboratoire et même opérateur) et reproductibilité (ici seul l'opérateur peut être différent) des mesures.

2.2.4 Réalisation des mesures et tracé des résultats

Transition laminaire/turbulent

La transition laminaire turbulente sera observée sur les deux conduites. On pourra procéder dans un premier temps en augmentant progressivement le débit en partant d'un régime laminaire, puis en diminuant le débit en partant d'un régime turbulent. Le nombre de Reynolds de transition sera alors mesuré sur les deux conduites. Commenter les valeurs obtenues.

Perte de charge

Une première campagne de mesure sera réalisée.

- Elle permettra de parcourir à l'aide d'un total d'une dizaine de mesures la gamme des débits offert par chaque tube.
- L'évolution du coefficient de perte de charge sera tracée en fonction du nombre de Reynolds à l'aide d'un tableur disponible sur un PC dans la salle de TP ou sur

un PC portable d'un étudiant.

- Les relations pour le coefficient de perte de charge données ci-dessus seront également reportées pour comparaison avec les données expérimentales.
- Les barres d'erreur seront reportées pour discuter de l'écart relatif entre relations et mesures.
- Identifier graphiquement la zone de transition entre laminaire et turbulent et comparer les valeurs avec celles déterminées précédemment de manière visuelle à l'aide du colorant.

Une deuxième campagne de mesure sera ensuite réalisée pour :

- reprendre les points ayant un comportement non cohérent avec le reste des données
- compléter l'évolution dans les zones nécessitant une meilleure description de l'évolution, notamment au niveau de la transition entre le régime laminaire et le régime turbulent.

3 Ecoulement de Taylor-Couette

3.1 Introduction et références théoriques

L'écoulement de Taylor-Couette est l'écoulement généré entre deux cylindres mis en rotation. Lorsque l'on augmente la vitesse de rotation des cylindres on observe la déstabilisation de l'écoulement en une série de rouleaux, appelés rouleaux de Taylor. Cette transition a été étudiée par Sir Geoffrey Ingram Taylor [Taylor(1923)]. Maurice Couette (1858-1943), est un physicien français dont les travaux portèrent principalement sur la rhéologie des fluides. Son nom est aussi associé à l'écoulement de Couette, généré par le mouvement d'une ou deux parois. Pour caractériser la viscosité des fluides, il a développé un viscosimètre à cylindres concentriques qui porte son nom (cf. FIG. 4).

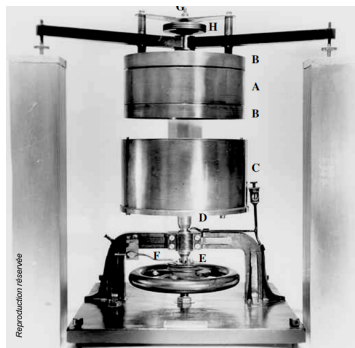


FIGURE 4 – Viscosimètre de Couette [Couette(1888)].

L'état de l'écoulement entre les deux cylindres peut être prédit par le nombre de Taylor Ta qui compare les forces d'inertie centrifuges aux forces visqueuses. Pour la situation étudiée dans ce TP, d'un cylindre interne tournant à la vitesse Ω et d'un cylindre externe fixe, le nombre de Taylor est défini par

$$Ta = \frac{\Omega^2 a^3 R_i}{\nu^2}$$

où $\nu = \mu/\rho$ est la viscosité cinématique.

Pour un nombre de Taylor inférieur à une valeur critique $Ta < Ta_{c1}$ l'écoulement est laminaire avec des lignes de courant du fluide en forme de cercles concentriques. La viscosité domine la force centrifuge et contrôle l'écoulement qui est stable.

La première instabilité conduit à l'observation des rouleaux de Taylor pour $Ta > Ta_{c1}$. On l'observe en augmentant la vitesse du cylindre. Il s'agit d'un écoulement stable et laminaire. La seconde transition pour $Ta > Ta_{c2}$ conduit à un comportement oscillant des rouleaux. On parle alors de rouleaux de Taylor oscillants (ou Wavy Vortex Flow en anglais).

Si le nombre de Taylor continue à augmenter, l'écoulement passe par plusieurs instabilités successives avant de devenir turbulent. Un grand nombre de configurations ont été observés en fonction des conditions de rotation des cylindres internes et externes. Elles sont répertoriées sur la figure 5 où un diagramme de phase est présenté basés sur deux nombres de Reynolds.

L'objectif de cette partie du TP porte sur l'observation des deux premières transitions et de la détermination des nombres de Taylor critiques Ta_{c1} et Ta_{c2}

3.2 Déroulement de la séance de TP

3.2.1 Dispositif expérimental

Le schéma de principe de l'installation est présentée sur la Fig. 6. L'installation comprend deux cylindres coaxiaux transparents de rayon respectivement R_i et R_o pour les cylindre internes et externes. Le cylindre extérieur est fixe tandis que le cylindre intérieur peut se mettre en rotation, la vitesse de rotation étant variable et mesurable. Deux mélanges eau/glycérine de composition à déterminer sont disponibles. Les viscosités des liquides en fonction de la concentration en glycérine sont données en annexe. Le rayon du cylindre intérieur est $R_i = 25\text{mm}$ et la distance entre les deux cylindres est $a = 15\text{mm}$.

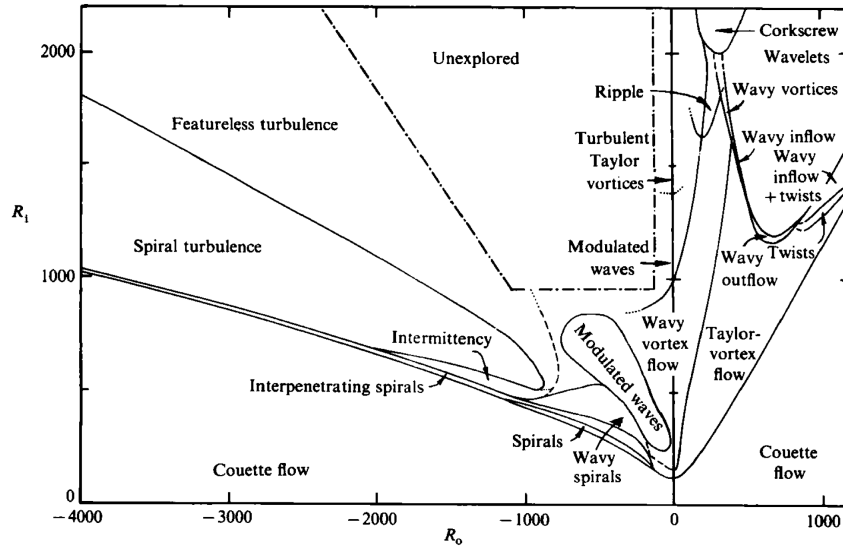


FIGURE 5 – Diagramme présentant les régimes d’écoulement observés entre deux cylindres [Andereck et al.(1986)Andereck, Liu, and Swinney]. $Re_i = \rho R_i a \Omega_i / \mu$ est le nombre de Reynolds défini pour la rotation du cylindre interne et $Re_o = \rho R_o a \Omega_o / \mu$ est le nombre de Reynolds défini pour la rotation du cylindre externe.

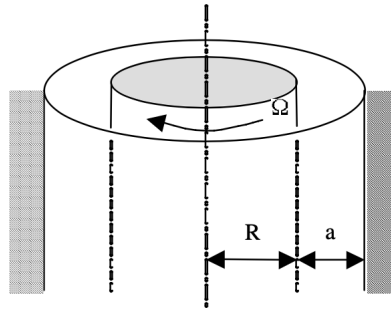


FIGURE 6 – Schéma de principe de l’installation

3.2.2 Protocole expérimental

Décrire le protocole expérimental permettant de :

- Déterminer les transitions de l’écoulement de Taylor-Couette,
- De déduire des observations la viscosité des fluides.

3.2.3 Erreur de mesure et reproductibilité/répétabilité

cf. section 2.2.3.

3.2.4 Observation des transitions et mesure de la viscosité

Transitions

Les deux transitions seront déterminées. On pourra procéder dans un premier temps en augmentant progressivement la vitesse de rotation, puis en la diminuant. Les nombres de Taylor de transition seront mesurés et commentés.

Mesure de la viscosité

S'appuyer sur la détermination des deux transitions pour mesurer la viscosité du fluide et la concentration en glycérine. Discuter de la sensibilité de cette méthode.

Références

- [Andereck et al.(1986)] Andereck, C. D., Liu, S. S., Swinney, H. L., 1986. Flow regimes in a circular couette system with independently rotating cylinders. *Journal of Fluid Mechanics* 164, 155 – 183.
- [Couette(1888)] Couette, M., 1888. Sur un nouvel appareil pour l'étude du frottement des fluides. *Comptes Rendus Académie Science Paris* 107, 388–390.
- [Moody(1944)] Moody, L. F., 1944. Friction factors for pipe flow. *Transactions of the ASME* 66 (8), 671 – 684.
- [Poiseuille(1840)] Poiseuille, J.-L. M., 1840. Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petits diamètres. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* 795, 961–967, 1041–1048.
- [Reynolds(1883)] Reynolds, O., 1883. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Philosophical Transactions Royal Society London* 174, 935 – 982.
- [Taylor(1923)] Taylor, G. I., 1923. Viii. stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character* 223, 289–343.