

Ressaut stationnaire dans un canal inclinable

O. Thual et K. Soriano

EPI-IMFT 0524 (2020) 9 pp., version 2 du 25 mai 2020

Cette note présente la modélisation d'une expérience de ressaut stationnaire dans un canal inclinable en présence d'une vanne seuil réglable. Cette expérience doit faire l'objet d'une mise en ligne sur la plateforme IREAL ([1]). Des abaques pour préparer l'expérience sont présentés.

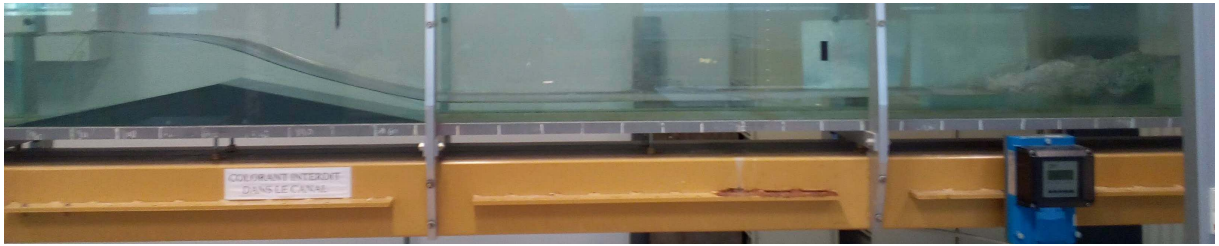


Figure 1: Écoulement en aval d'une rampe symétrique dans un canal inclinable.

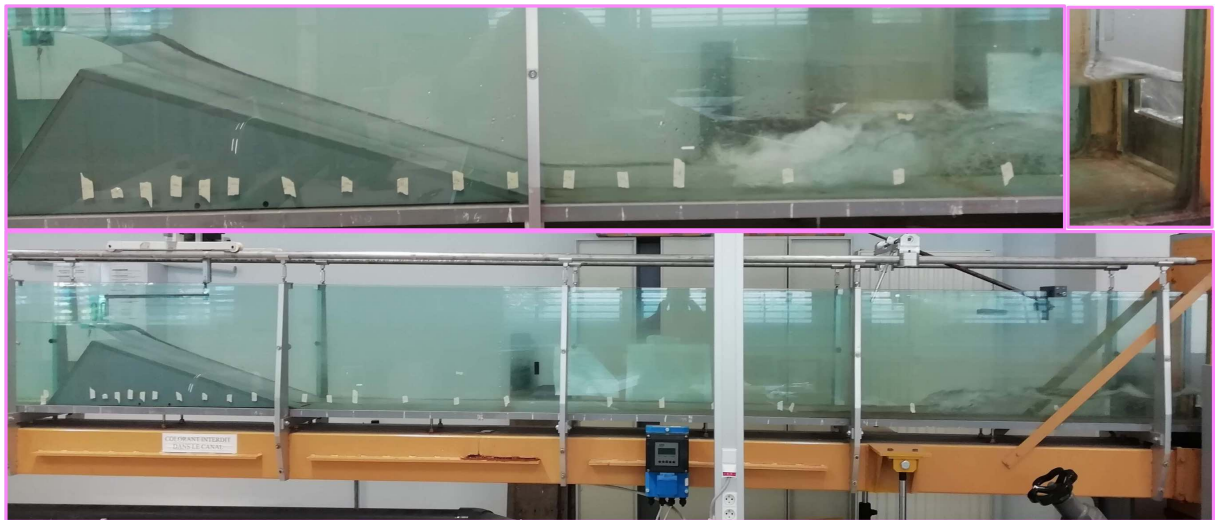


Figure 2: Écoulement en aval d'une rampe asymétrique dans un canal inclinable.

1 Présentation de l'expérience

Le canal inclinable de la salle B005 de Toulouse INP - ENSEEIHT, de largeur $L = 25$ cm, est équipé d'un obstacle triangulaire de hauteur $d = 25$ cm, constituant une rampe de longueur $D = 75$ cm (figure 3). L'angle γ que fait le canal avec l'horizontale varie dans un intervalle $\gamma \in [0, \gamma_{max}]$ avec $\gamma_{max} = 3,4 \cdot 10^{-2}$. Le débit Q varie dans un intervalle $Q \in [0, Q_{max}]$ avec $Q_{max} = 20 \text{ l.s}^{-1}$. L'écoulement est contrôlé, à l'aval, par un seuil, situé à une distance $l = 4,5$ m du bas de la rampe, qui impose, dans son voisinage immédiat, une hauteur h_2 , indépendante de γ (loi de seuil ne dépendant que du débit).

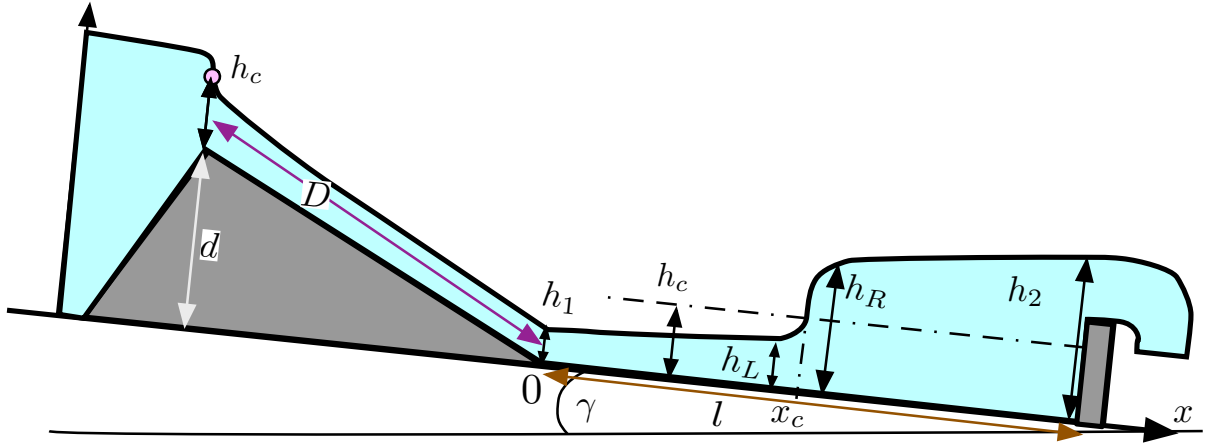


Figure 3: Modélisation de l'écoulement en aval d'une rampe sur dans un canal inclinable.

Une valeur typique de la hauteur en aval est $h_2 = 15$ cm. On s'intéresse à la position. x_c d'un ressaut hydraulique stationnaire situé en amont du seuil. La gravité sera prise égale à $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$. On suppose que l'on peut remplacer l'effet des parois latérales pour un nombre de Strickler équivalent K_s que l'on pourra caler en fonction des données expérimentales. Une valeur typique est $K_s = 100 \text{ m}^{1/3}.\text{s}^{-1}$.

2 Calcul de la hauteur h_1

Le calcul de la hauteur h_1 en sortie de rampe fait l'objet d'approximations décrites ici.

2.1 Approximation de la pente de la rampe

On note $I_{r0} = d/D = 1/3$, la pente de la rampe lorsque la pente du canal $I = \sin \gamma$ est nulle. Lorsque I n'est pas nulle, la pente sur la rampe est $I_r = \sin[\arcsin[I_{r0}] + \gamma]$. L'approximation $I_r \sim I_{r0}$ est valide à 8 % près pour $\gamma_{max} = 3 \cdot 10^{-2}$. Nous utiliserons donc la valeur $I_r = 0,33$ quelque soit la valeur de la pente I .

2.2 Approximation de h_1 par la hauteur normale

Pour des débits Q suffisamment forts, on peut supposer que la hauteur en sortie de rampe est égale à la hauteur normale $h_{nr} = q^{3/5} K_s^{-3/5} I_r^{-3/10}$ avec $q = Q/L$. Pour $K_s = 100 \text{ m}^{1/3}.\text{s}^{-1}$, on a $h_{nr}(0) = 1,27$ cm. L'approximation de I_r par I_{r0} représente une variation de 1% seulement pour cette hauteur.

3 Pentas faibles, critique ou forte

La comparaison des hauteurs critique et normale, qui dépendent du débit, de la pente ou du frottement, permet de déterminer si la pente est forte ou faible.

3.1 Hauteur critique et hauteur normale

La hauteur critique de l'écoulement est $h_c = q^{2/3} g^{-1/3}$ avec $q = Q/L$. Dans la portion du canal située à l'aval de la rampe, la hauteur normale est $h_n = q^{3/5} K_s^{-3/5} I^{-3/10}$.

Par exemple, pour $Q = 10 \text{ l.s}^{-1}$ et $K_s = 100 \text{ m}^{1/3}.\text{s}^{-1}$, on a $q = Q/L = 0,04 \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ et $h_c = q^{2/3} g^{-1/3} = 5,46 \text{ cm}$. On peut alors faire les constats suivants.

- Pour $I = 0,002$, on a $h_n = 5,90 \text{ cm}$: la pente est faible car $h_c < h_n$.
- Pour $I = 0,004$, on a $h_n = 4,79 \text{ cm}$: la pente est forte car $h_c > h_n$.

3.2 Pente critique

La pente critique I_c , telle que $h_c = h_n$, vérifie la relation $I_c(q, K_s) = q^{-2/9} g^{10/9} / K_s^2$. La figure 4 indique la variation de I_c en fonction de q et K_s .

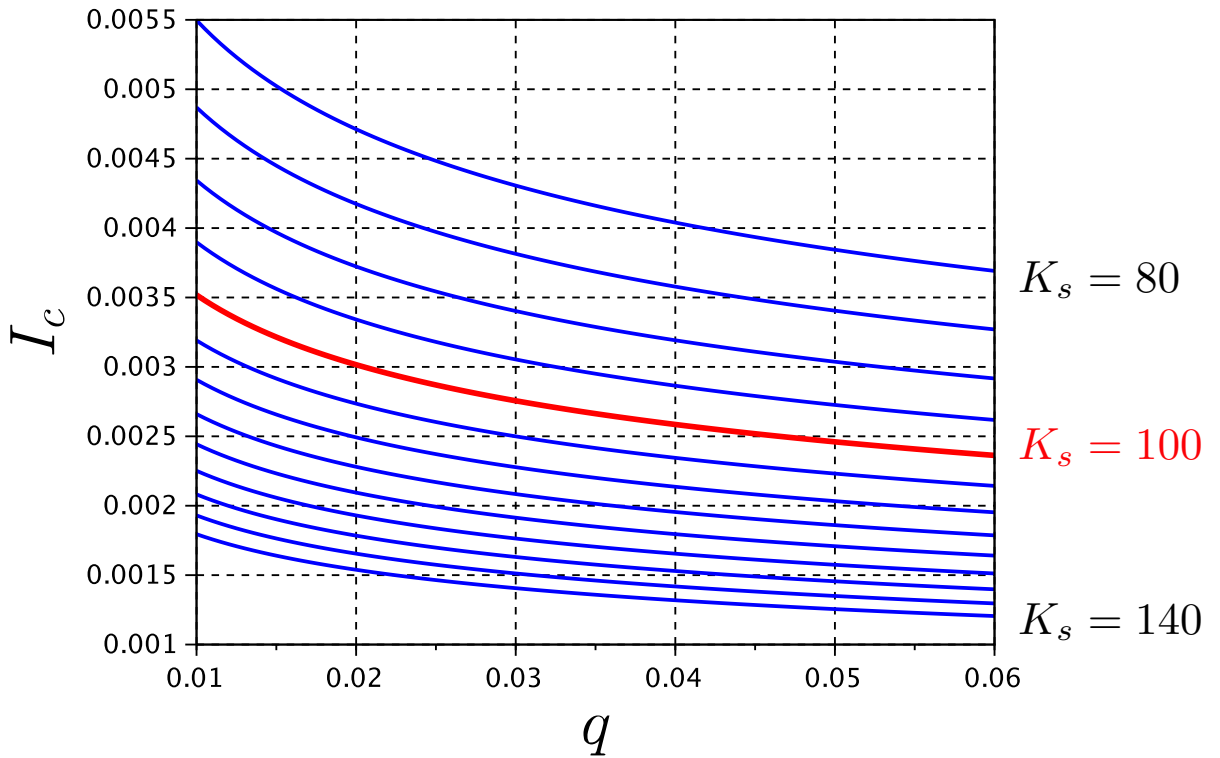


Figure 4: Pente critique $I_c(q, K_s)$ en fonction de q pour différentes valeurs de K_s .

4 Courbes de remous

La détermination des courbes de remous permet de calculer la position du ressaut stationnaire, dont les paramètres doivent vérifier la conservation du débit et de l'impulsion.

4.1 Équation de l'hydraulique stationnaire

Les courbes de remous $h(s)$ de l'hydraulique stationnaire vérifient l'équation différentielle

$$\frac{dh}{ds} = \frac{I - (q^2/K_s^2) h^{-3/10}}{1 - (q^2/g) h^{-3}}. \quad (1)$$

La figure 5 trace les solutions des courbes de remous du canal pour $q = 0,04 \text{ m}^2$, $K_s = 100 \text{ m}^{1/3} \cdot \text{s}^{-1}$ et $I \in [0, I_{\max}]$, avec les conditions initiales $h(0) = 0$ pour les courbes torrentielles et $h(x_v) = 14 \text{ cm}$ avec $s_v = 6,5 \text{ m}$ pour les courbes fluviales.

En partant du bas, les courbes de remous sont les suivantes : une H_3 , une M_3 et quatre S_3 au-dessous de h_c . En partant du haut, les courbes de remous sont les suivantes : une H_2 , une M_1 et quatre S_1 au-dessus de h_c . On peut montrer (ou déterminer graphiquement) que ces courbes de remous fluviales vérifient approximativement $dh/ds \sim I$ pour les valeurs expérimentales considérées : les lignes d'eau sont approximativement horizontales.

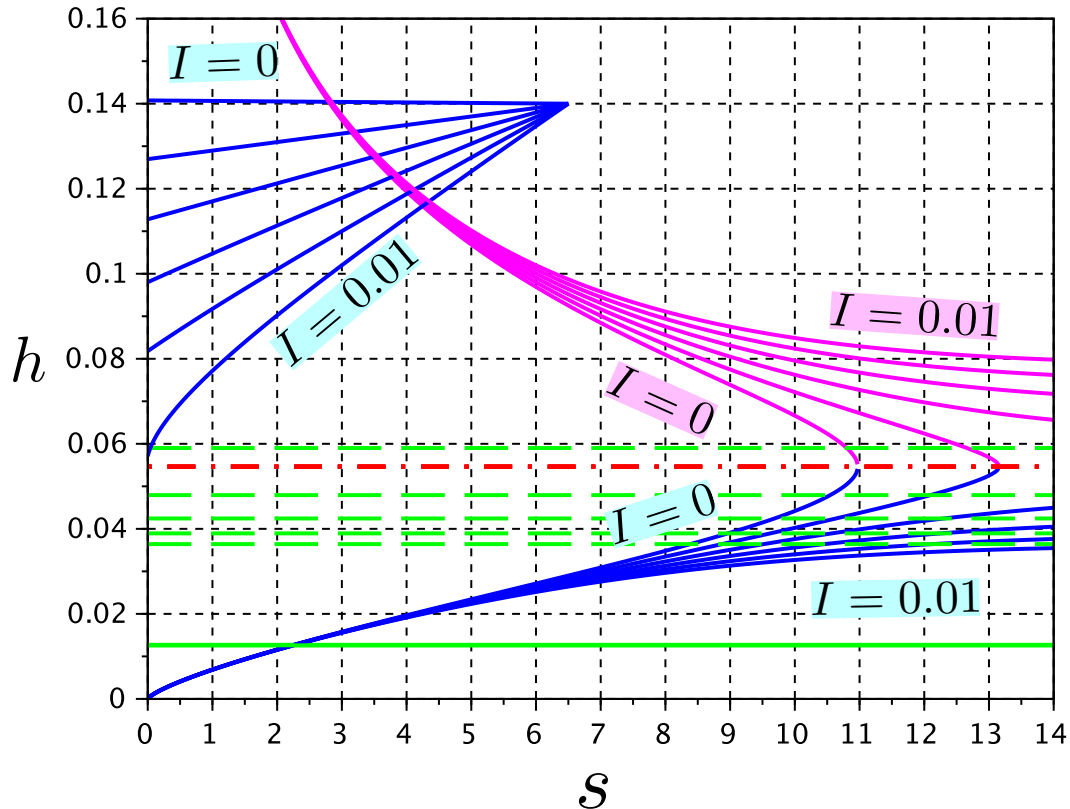


Figure 5: Courbes de remous H_3 , M_3 ou S_3 (bleues en bas) et leurs conjuguées (magenta) pour l'impulsion, pour $I \in \{0, 2, 4, 6, 8, 10\} 10^{-3}$. Courbes de remous H_2 , M_1 ou S_1 (bleues en haut) telles que $h(x_v) = 14 \text{ cm}$ avec $x_v = 6,5 \text{ m}$. Les droites en vert pointillé indiquent les valeurs des hauteurs normales $h_n(I)$.

4.2 Position du ressaut stationnaire

Les relations que saut $h_L U_L = h_R U_R$ et $h_L U_L^2 + g h_L^2/2 = h_R U_R^2 + g h_R^2/2$, qui traduisent respectivement la conservation du débit et de la quantité de mouvement, entraîne que l'impulsion $\mathcal{I}(q, h) = q^2/h + g h^2/2$ vérifie $\mathcal{I}(q, h_L) = \mathcal{I}(q, h_R)$ (figure 6). On dit que les hauteurs h_L et h_R sont conjuguées pour l'impulsion.

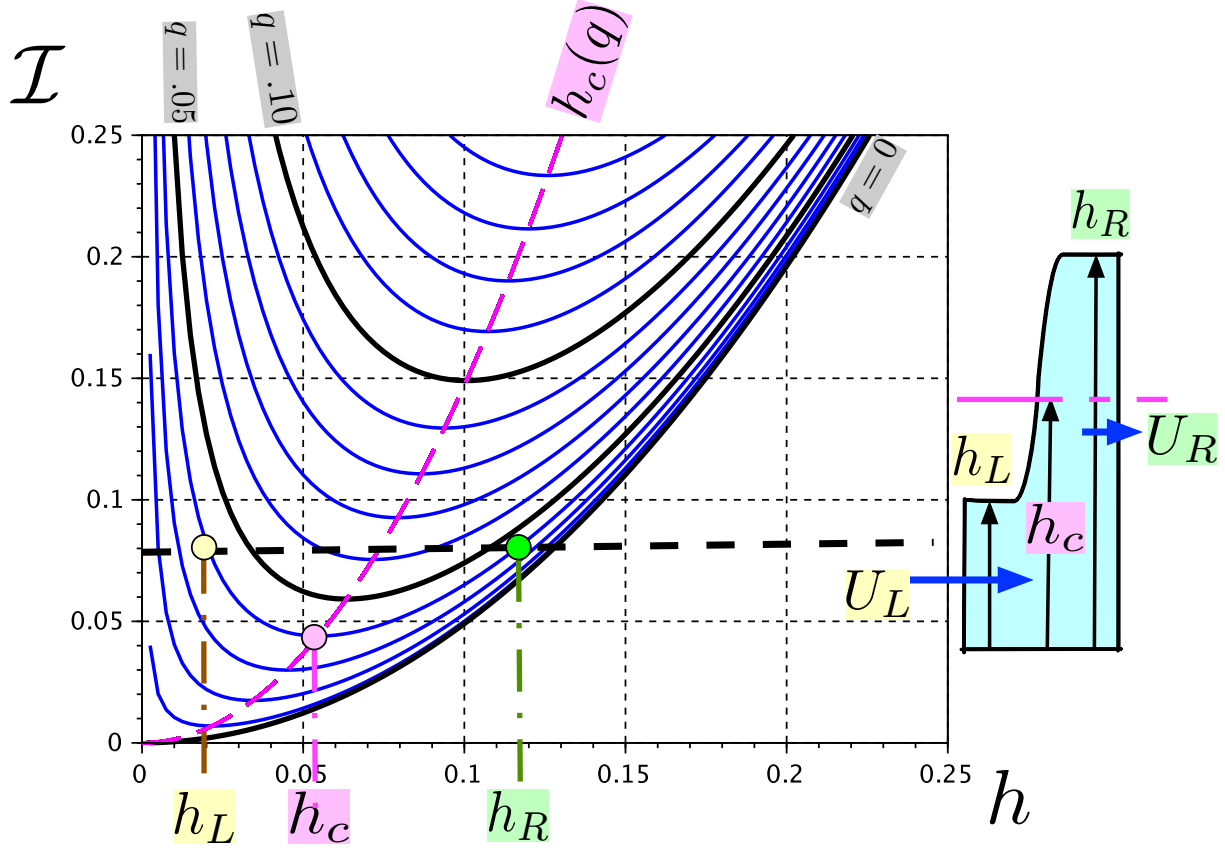


Figure 6: Courbes de l'impulsion $\mathcal{I}(q, h) = q^2/h + g h^2/2$ en fonction de h pour différentes valeurs de $q = h U$ par pas de $0,01 \text{ m}^2/\text{s}$.

Les courbes magenta de la figure 5 sont les conjuguées pour l'impulsion des courbes de remous torrentielles H_3 , M_3 ou S_3 obtenues pour différentes pentes I . Si s_r est l'abscisse telle que $h(s_r) = h_{nr}$, c'est-à-dire celle de la fin de la rampe ($x = 0$) et si $s_v = s_r + l$, c'est-à-dire l'abscisse de la vanne seuil ($x = l$), la position du ressaut est donnée par l'intersection de la courbe de remous H_2 , M_1 ou S_1 avec la courbe conjuguée pour l'impulsion de la courbe torrentielle.

5 Comparaison avec les expériences

La modélisation est comparée avec les résultats d'expériences issues des projets d'étudiants réalisés en 2019.

5.1 Expériences des projets étudiants de 2019

À l'occasion des projets expérimentaux du cours d'Hydraulique à Surface Libre ([2]), les étudiants sont invités à concevoir et réaliser des expériences dans les canaux hydrauliques. Le tableau 1 et les figures 8 et 7 présentent quelques mesures issues de ces rapports.

	Q (l.s ⁻¹)	q (m ² .s ⁻¹)	$I \times 10^2$	h_2 (cm)	x_c (m)
PSMMRR	10,6	0,042	0,34	15	0,7
PSMMRR	10,6	0,042	0,77	15	1,5
ASSSTT	8,3	0,033	0	10	2,0
ASSSTT	8,8	0,035	0	10	2,2
ASSSTT	12,5	0,050	0	12	3,0
ASSSTT	15,2	0,061	0	15	3,5

Table 1: Expériences des projets étudiants de 2019.

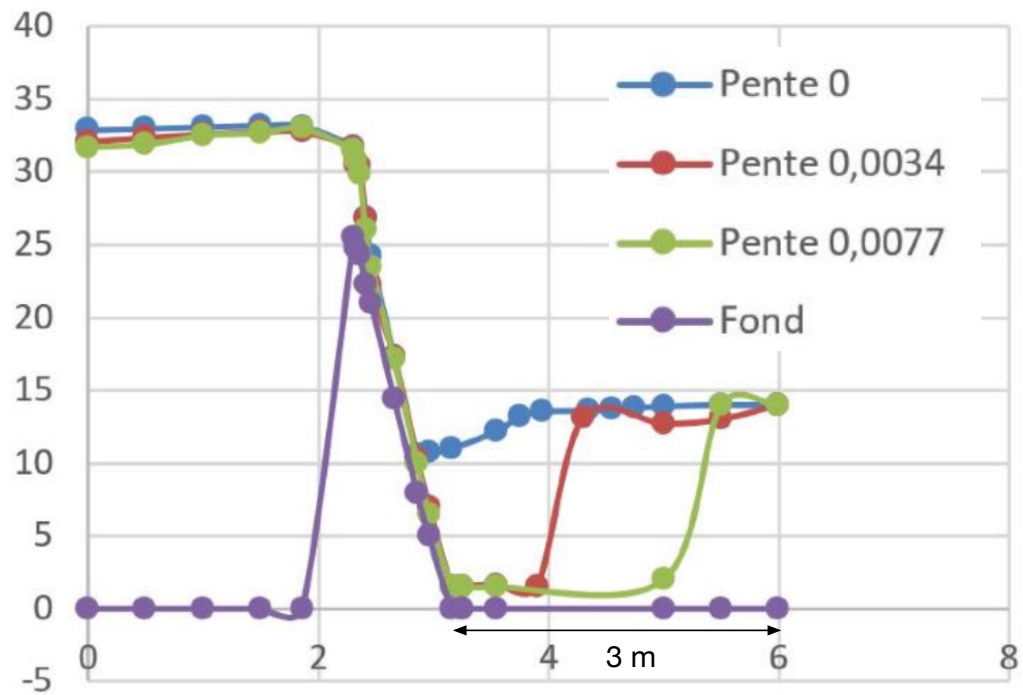


Figure 7: Expériences des projets étudiants de 2019 : rapport PSMRRR

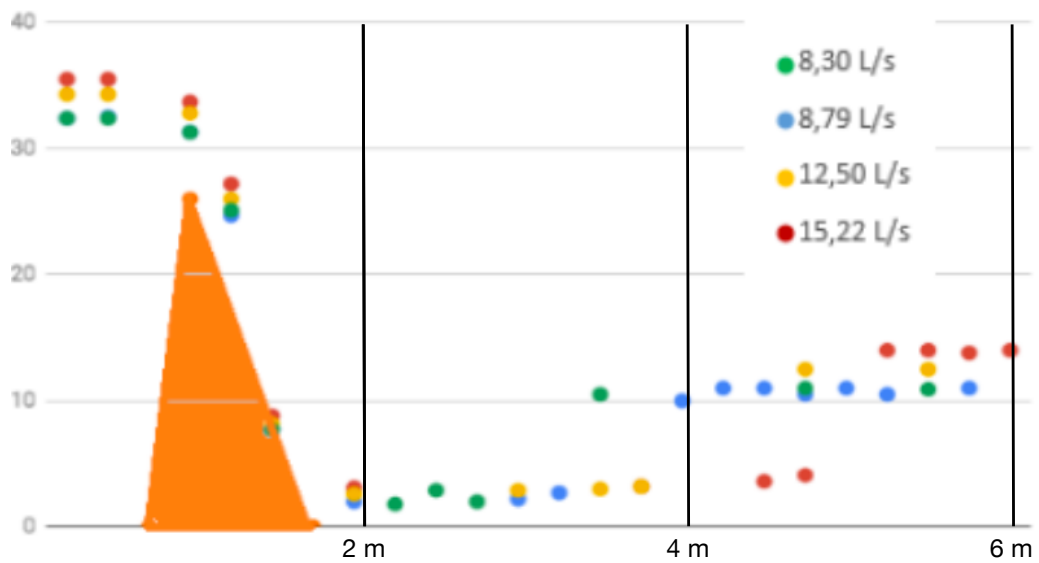


Figure 8: Expériences des projets étudiants de 2019 : rapport ASSSTT.

5.2 Validité du modèle

Les figures 9 et 10 montrent une relative concordance entre le modèle et les expériences de 2019. On voit que l'on peut négliger la pente pour les courbes torrentielles et faire l'approximation $dh/ds = I$ pour les courbes fluviales.

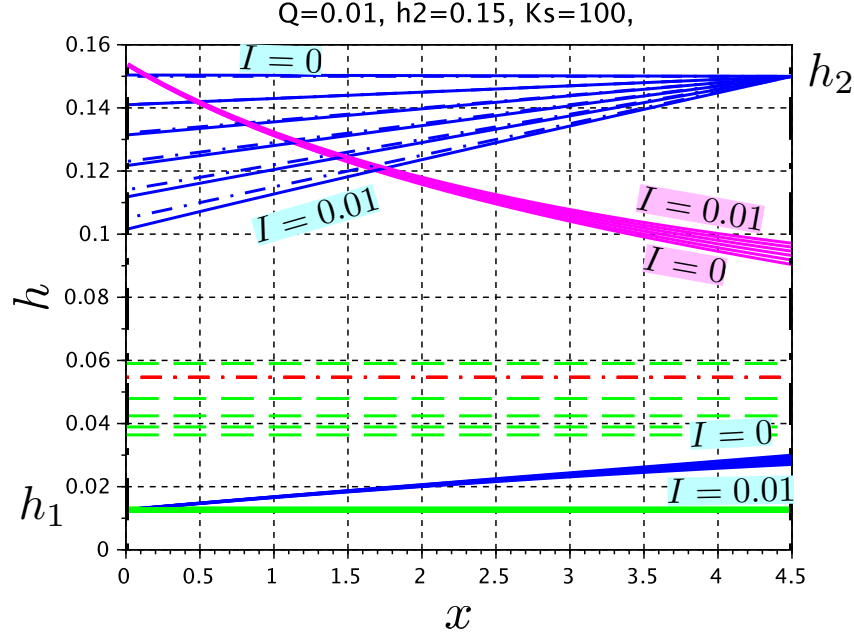


Figure 9: Cas $Q = 10 \text{ l.s}^{-1}$, $h_2 = 15 \text{ cm}$ et $K_s = 100 \text{ m}^{1/3}.\text{s}^{-1}$. Courbes de remous torrentielles telles que $h(0) = h_1 = h_{nr}$ et leurs conjuguées (magenta) pour l'impulsion, pour $I \in \{0, 2, 4, 6, 8, 10\} 10^{-3}$. Courbes de remous fluviales telles que $h(l) = h_2$, comparées aux droites horizontales (pointillées bleues).

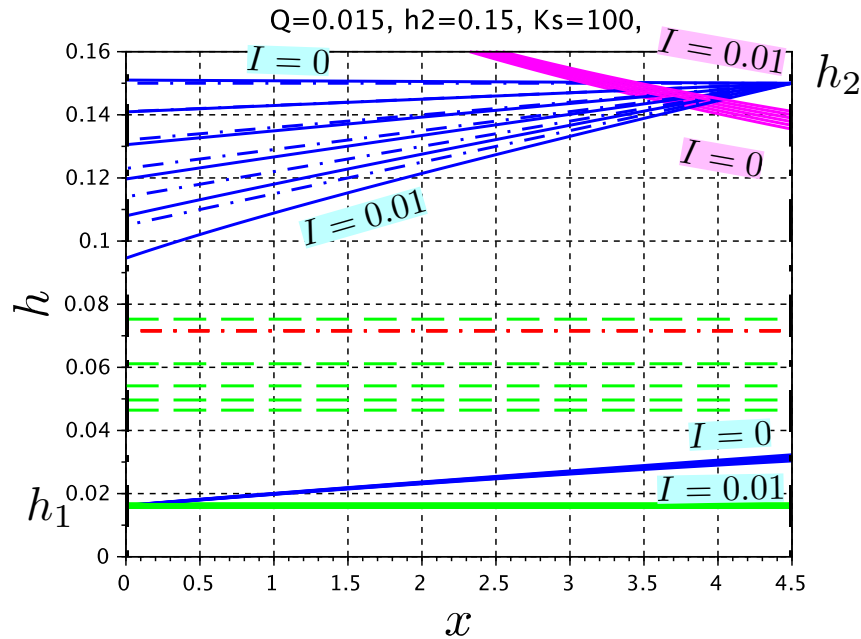


Figure 10: Cas $Q = 15 \text{ l.s}^{-1}$, $h_2 = 15 \text{ cm}$ et $K_s = 100 \text{ m}^{1/3}.\text{s}^{-1}$.

5.3 Conclusion

Le modèle expliquant la position d'un ressaut stationnaire par le tracé de courbes de remous et des hauteurs conjuguées pour l'implusion est en accord avec les expériences réalisées par les étudiants. Il convient de réaliser une campagne d'expériences plus précise avec photos et vidéos pour alimenter la plateforme IREAL ([1]). Les figures 11 et 12, avec l'approximation $I = 0$ pour les courbes torrentielles et $dh/dx = I$ pour les courbes fluviales, permet de cerner les valeurs de (I, Q, h_2) à explorer.

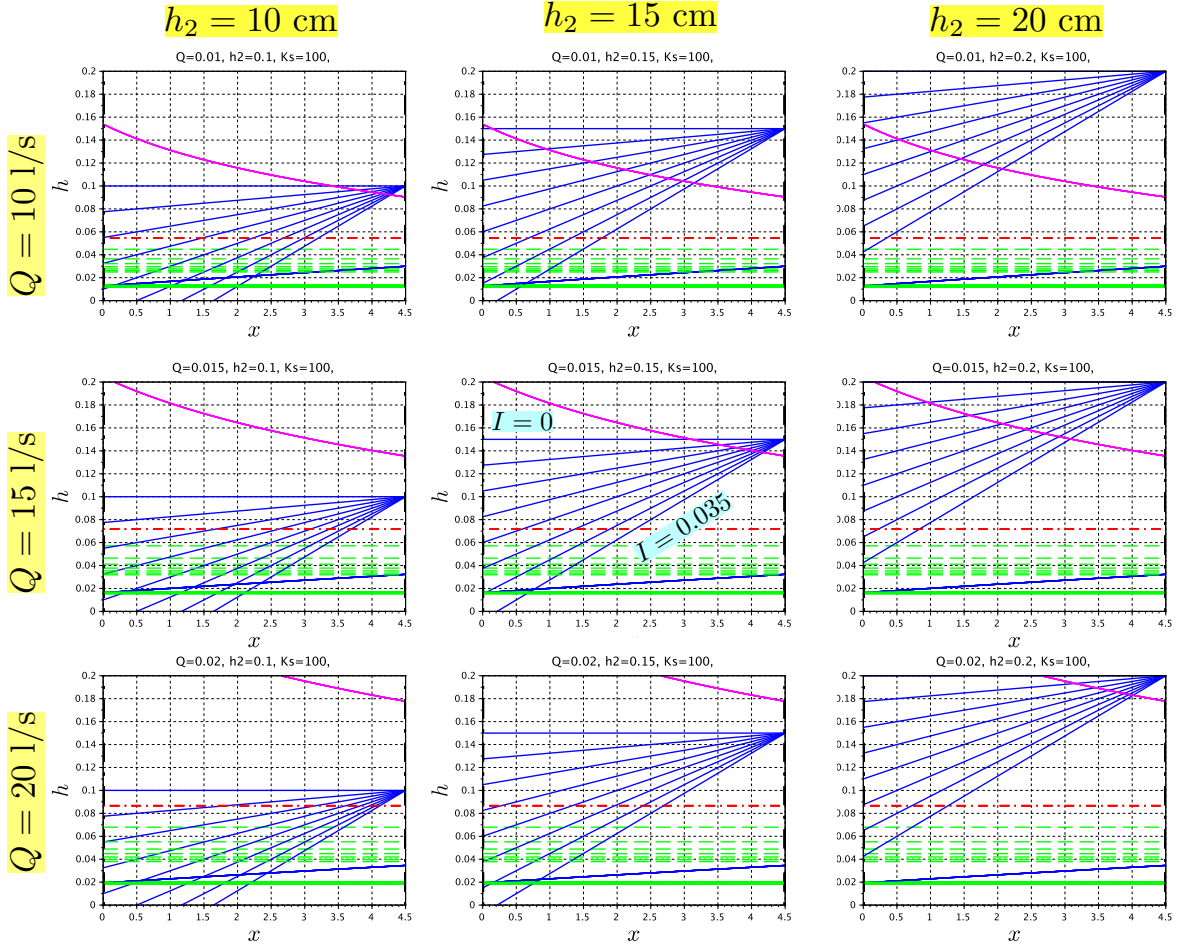
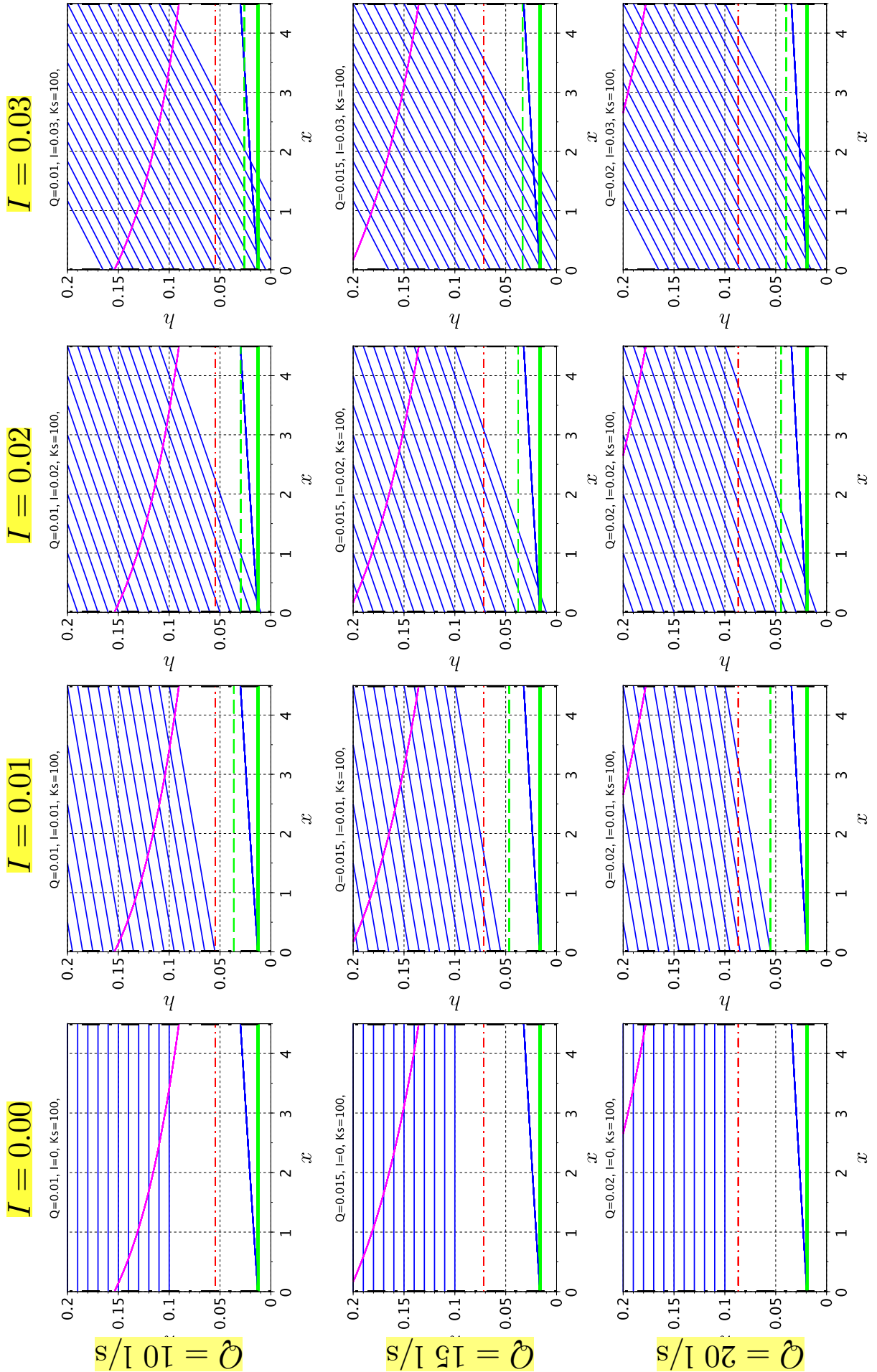


Figure 11: Exploration du modèle en fonction de Q et de h_2 pour $K_s = 100 \text{ m}^{1/3} \cdot \text{s}^{-1}$. Variation des pentes $I = \{0, 5, 10 \dots 35\} 10^{-3}$. Les approximations $I = 0$ pour les courbes torrentielles et $dh/dx = I$ pour les courbes fluviales ont été effectuées.

References

- [1] IREAL, Learn engineering with lab experiments, plateforme abritée par ISAE SUPAERO, <https://ireal.isae.fr>
- [2] O. Thual, *Hydraulique à surface libre*, Éd. Ress. Pédago. Ouv. INP **0122** (2020) 40h, <http://pedagotech.inp-toulouse.fr/200122>
- [3] O. Thual, *Hydrodynamique de l'environnement*, Éditions de l'École Polytechnique (2010).

Figure 12: Exploration de (Q, I) pour $K_s = 100 \text{ m}^{1/3} \cdot \text{s}^{-1}$ avec $h_2 = \{10, 11, \dots, 30\} \text{ cm}$.