Hydraulique à surface libre

2019

Projet expérimental

Tuyère de Laval

Table des matières

Introduction **2**

1 Expérience n°1 : Mesure de Débit **3**

1.1 Protocole expérimental 3

1.2 Résultats de mesure 4

1.3 Comparaison théorique 6

1.3.1 Calcul du débit grâce à h_r 6

1.3.2 Calcul du débit grâce à $h_{2,min}$ 6

1.3.3 Profil de Vitesse 9

2 Expérience n°2 : Lignes d'eau **11**

2.1 Protocole expérimental 11

2.1.1 Mesure du profil de la tuyère 11

2.1.2 Mesures des hauteurs d'eau 11

2.1.3 Mesures des hauteurs limites 12

2.2 Résultats et comparaison avec la théorie 12

2.2.1 Profil de la largeur du canal 12

2.2.2 Représentation des lignes d'eau 14

2.2.3 Prévision des lignes d'eau et écart avec l'expérience 20

2.2.4 Utilisation de l'abaque de H(E,h) pour vérifier les valeurs h_{1max} et h_{2min} 21

3 Conclusion **24**

conclusion **24**

Conclusion **24**

Introduction

La tuyère de Laval est un dispositif connu depuis longtemps qui permet, entre autres, de mesurer le débit d'un canal. Dans des circonstances partculières ce type de dispositif appelé "venturi hydraulique" lorsqu'il est à fond plat force un changement de régime de l'écoulement et grâce à la théorie, nous pouvons remonter au débit. Ce dispositif est aussi appelé "Parshall flume" lorsqu'il y a une rupture de pente.

Dans le cadre du module "Hydraulique à surface libre" de 2eme année de l'ENSEEIHT, nous avons eu la chance de pouvoir visualiser des écoulements dans des tuyères de Laval et de mettre en pratique la théorie enseignée en cours. Nous rapportons dans ce document l'expérience que nous avons acquise lors de ces travaux pratiques.

Ces travaux pratiques sortent du cadre habituel car, nous élèves, les avons confectionnés nous-même. Il nous a été demandé d'illustrer les parties du cours pour lesquelles nous avions le plus d'appétence, dans la limite du matériel disponible. Nous nous pencherons dans un premier temps sur les différentes manières de mesurer le débit grâce à la tuyère de Laval, puis un deuxième à la validation de la théorie des lignes d'eau par la pratique.

Nous allons étudier le dispositif suivant dans la suite de ce travail. Il se compose d'un canal à débit réglable à l'aide d'une pompe équipée d'un débimètre. Dans ce canal on dispose une tuyère de Laval. Le dispositif comporte également deux vannes (une en amont et l'autre en aval de la tuyère) qui permettent de modifier les hauteurs d'eau. Ci-dessous un schéma de principe de ce dispositf expérimental :

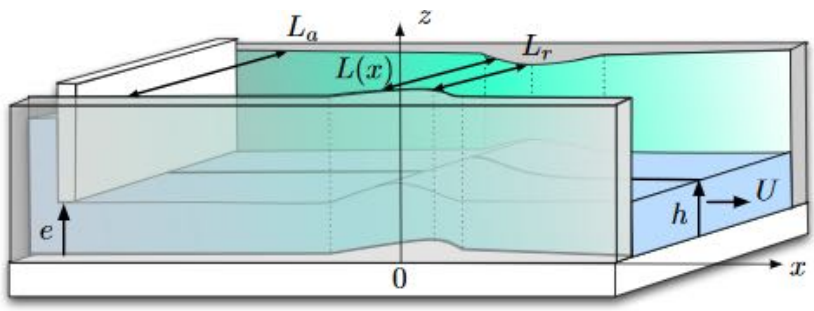


Figure 1 – dispositif expérimental mis en place

1 Expérience n°1 : Mesure de Débit

1.1 Protocole expérimental

Mesure de la tuyère
Mesurer la largeur L_a du canal.
Mesurer la largeur minimum L_r au col de la tuyère.

Amorçage de la tuyère

On se place dans le cas d'un régime torrentiel en amont de la tuyère. Nous allons remonter pas à pas la vanne amont tout en mesurant la hauteur h_1 d'eau directement en amont de la tuyère.

A partir d'une certaine hauteur, la vanne est noyée et on observe un changement de régime en amont de la tuyère (torrentiel à fluvial), accompagné d'un changement brusque de hauteur d'eau. La tuyère est maintenant amorcée. On relève alors les hauteurs $h_{1,max}$ (régime torrentiel) et $h_{2,min}$ (régime fluvial). Nous observons alors à travers la tuyère un changement du régime fluvial à torrentiel.

Vérifier visuellement que lorsque la tuyère est amorcée, h_2 ne peut prendre qu'une seule valeur : celle de h_{2min} ; même en modifiant la hauteur de la vanne amont.

Relever maintenant la hauteur d'eau h_r au niveau du col de la tuyère.

Effectuer ces mesures pour différentes valeurs de débit à régler sur la pompe.

Relevé du profil de vitesse

Conserver l'écoulement précédent (tuyère amorcée). A l'aide d'un moulinet, relever le profil de vitesse vertical pour différentes abscisses en amont et en aval de la tuyère.

1.2 Résultats de mesure

On mesure pour la tuyère : L_a = 25cm L_r= 17cm

Mesure de hauteur d'eau

On présente ici les résulats de hauteurs d'eau au niveau de la tuyère.
$h_{1,max}$ correspond à la hauteur d'eau maximale atteignable en amont de la tuyère en régime torrentiel.
$h_{2,min}$ correspond à la hauteur d'eau minimale atteignable en amont de la tuyère en régime fluvial.
h_r correspond à la hauteur d'eau au niveau du col de tuyère lorsque celle-ci est amorçée.

Q_{pompe} $(L.s^{-1})$	$h_{1,max}$ (cm)	$h_{2,min}$ (cm)	h_r (cm)	Q_exp	$erreurrelative$
21	5,5	15	11		
24	6,8	17	14,3		
9,8	3,8	10,4	6,3		

Profil de vitesse

On mesure le profil de vitesse en amont de la tuyère, dans la partie de l'écoulement en régime fluvial. On est dans le cas où la hauteur d'eau est ici $h = 15cm$.

D'un point de vu technique, la mesure d'une vitesse à l'aide d'un moulinet donne un résultat en Hertz (nombre de tours du moulinet par seconde). Cette valeur de fréquence étant fluctuante, la mesure fournie correspond à une moyenne temporelle sur une durée de 10 secondes.

La mesure de vitesse commence au niveau de la surface libre $z = 15cm$

z(cm)	fréquence (Hz)	U ($cm.s^{-1}$)
15	51	31
14	55	35
13	56	35.3
12	56	35.3
11	58	36
10	57	35.6
9	58	36
8	58	36
7	57	35.6
6	57	35.6
5	55	35
4	56	35.3
3	55	35
2	48	30
1	48	30

1.3 Comparaison théorique

1.3.1 Calcul du débit grâce à h_r

A l'aide des mesures de hauteur d'eau au niveau du col de la tuyère lorsque celle-ci est amorcée on peut déterminer une estimation du débit d'eau dans le canal. En effet par définition de la hauteur d'eau critique dans le canal on a :

$$h_c(x) = g^{-1/3} L(x)^{-2/3} Q^{2/3} \tag{1}$$

On peut donc en inversant la formule et en se plaçant au col de la tuyère, obtenir la formule du débit suivant :

$$Q = \sqrt{g} L_r h_{c,r}^{3/2} \tag{2}$$

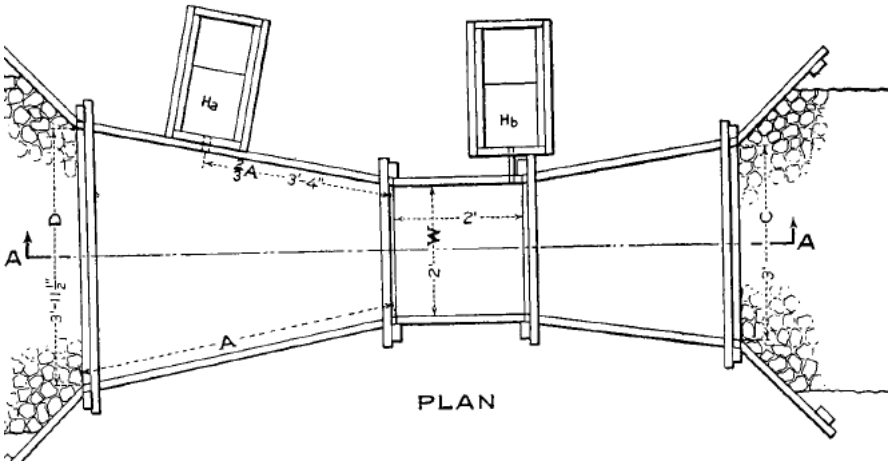
On peut désormais déterminer une valeur du débit alimentant le canal à partir des valeurs mesurées précédement, on obtient alors les résultats suivants :

h_r (cm)	débit expérimental ($L.s^{-1}$)	débit affiché sur la pompe ($L.s^{-1}$)	erreur relative
11	19,4	21	7,6 %
14,3	28,8	24	20%
6,3	8,4	9,8	14 %

On retrouve bien dans chaque cas une bonne estimation du débit théorique délivré par la pompe et affiché par cette dernière. Cependant les écarts sont relativement élevés (jusqu'à 20% d'erreur ce qui est considérable). Cet écart s'explique notamment par une incertitude sur la mesure de la hauteur d'eau h_r au niveau du col de la tuyère. Il est également possible que le débimètre fixé sur la pompe ne donne qu'une approximation du débit réellement délivré par celle-ci.

1.3.2 Calcul du débit grâce à $h_{2,min}$

Il n'est pas toujours possible de repérer précisément où se réalise la transition fluvial-torrentiel en particulier lorsque le col (là où la largeur est la plus faible) est étendu (voir figure ci-après). En revanche la mesure de $h_{2,min}$ en amont de la tuyère est particulièrelent robuste. D'abord parce que le niveau d'eau est horizontal en amont de la tuyère. Et d'autre part une fois la tuyère amorcée ce niveau ne dépend plus, en théorie, de l'ouverture de la vanne de fond. Nous contrôlerons d'ailleurs la validité de ce dernier point.



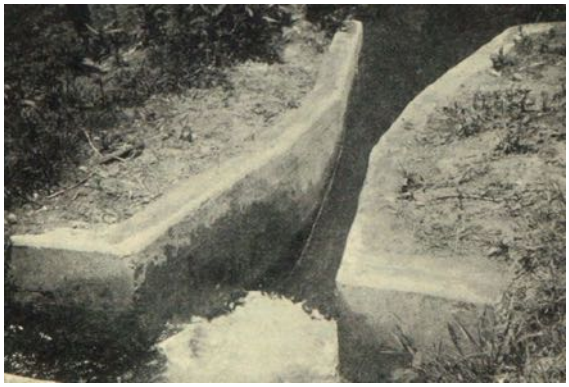


FIGURE 2 – tuyère où le col est étendu

La méthode consiste à déterminer la hauteur critique h_{ca} de l'écoulement uniforme en amont de la tuyère puis à calculer le débit par la relation :

$$Q = g^{1/2} L_a h_{ca}^{3/2} \tag{3}$$

En négligeant les pertes de charge et lorsque la tuyère est amorcée, on peut montrer que le rapport $\xi = h_{2min}/h_{ca}$ est solution de l'équation :

$$\frac{1}{2}\xi^{-2} + \xi = \frac{3}{2}(\frac{L_a}{L_r})^{2/3} \tag{4}$$

On remarque que le second membre de cette équation ne dépend que de paramètres géométriques.

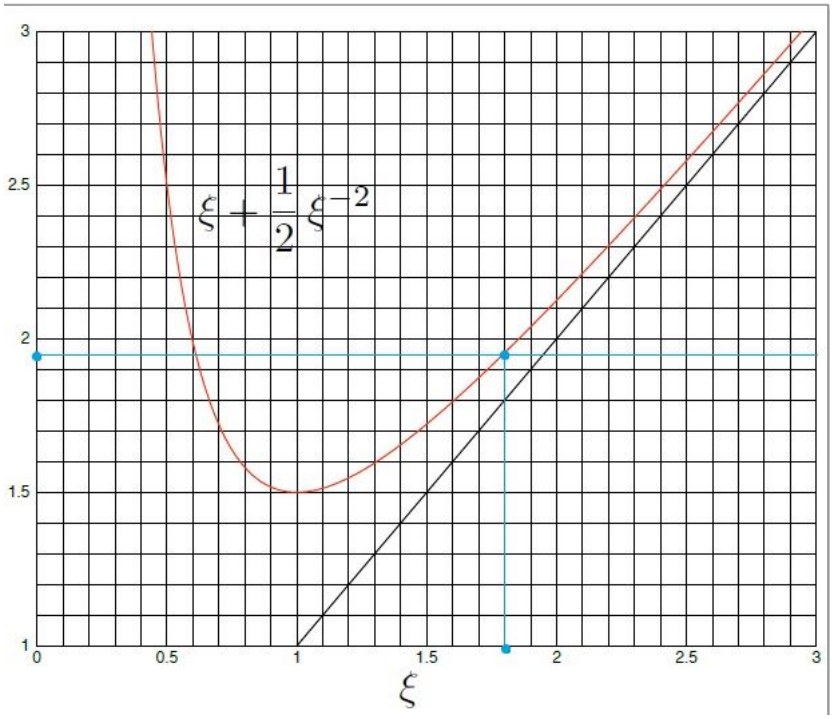


FIGURE 3 – $f(\xi) = \frac{1}{2}\xi^{-2} + \xi$

Applications aux mesures expérimentales :

Dans notre cas le second membre de l'équation vaut :

$$\frac{3}{2}(\frac{L_a}{L_r})^{2/3} = 1{,}939$$

Par lecture graphique sur la figure 3 nous relevons ξ= 0,6 ou 1,8. Or $h_{ca} < h_{2min}$ donc nous ne retenons que la valeur de ξ supérieure à 1.

Nous obtenons donc h_{ca} = 8.3 cm soit Q = 18,8 l/s

Nous réitérons la méthode pour les autres mesure et synthétisons les résultats dans le tableau suivant :

Q_{pompe} $(L.s^{-1})$	h_{2min} (cm)	h_{ca} (cm)	Q_{th} $(L.s^{-1})$	Erreur relative
21	15	8.3	18.8	10 %
24	17	9.4	22,7	10 %
9,8	10,4	5.8	10.9	11 %

Pour les différents débits utilisés nous obtenons donc une erreur relative de 10 pour cent environ. Tout d'abord ceci peut s'expliquer par l'incertitude inévitable des mesures et du débit relevé à la pompe. De plus nous obtenons ξ par lecture graphique ce qui ajoute à l'imprécision. Enfin la contraction latérale des lignes de courant au niveau du convergent nous écarte de leur parallèlisme supposé dans la théorie.

1.3.3 Profil de Vitesse

On trace maintenant le profil de vitesse vertical, on obtient le résultat suivant :

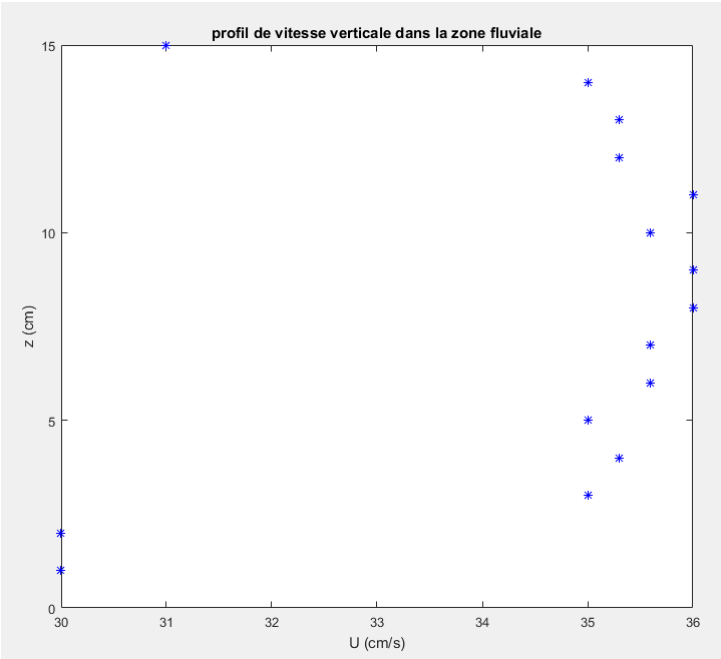


FIGURE 4 – profil de vitesse vertical

Par intégration de ce profil de vitesse on peut déduire une estimation du débit dans le canal (intégration par trapèze, fonction trapèze sur matlab), on obtient alors un débit de $Q = 12.2L.s^{-1}$. Cette valeur reste très inférieure à la valeur affichée par le débimètre de la pompe alimentant le canal $\underline{Q = 21L.s^{-1}}$.

Cette valeur est criticable par de nombreux aspects. Tout d'abord la mesure de vitesse est rendue assez difficile par la fluctuation. En effet pour une hauteur donnée la fréquence affichée par le moulinet fluctue de manière relativement conséquente (écoulement turbulent). De plus notre mesure de profil de vitesse ne prend pas en compte l'évolution transversale du champ de vitesse (couche limite au niveau des parois du canal). Cette constatation entraine encore une

diminution du débit estimé.

Calcul du facteur de forme

Nous avons également - à partir des mesures de profil de vitesse effectuées précédement - calculé le facteur de forme $\alpha = 1$ de cet écoulement afin de vérifier l'hypothèse de fermeture du système d'équations de Saint-Venant $\alpha = 1$. Pour rappel α est défini de la manière suivante (où <.> représente l'opérateur de moyenne) :

$$\alpha = \frac{< u >^2}{< u^2 >} \tag{5}$$

On trouve alors une valeur de facteur qui vaut $\alpha = 0,96$, l'hypothèse $\alpha = 1$ est donc bien vérifiée.

2 Expérience n°2 : Lignes d'eau

2.1 Protocole expérimental

On se place toujours dans le cas étudié précédemment avec la tuyère de Laval. On considérera le débit pour la suite fixée à $Q = 21.1L.s^{-1}$. Le but ici sera de mettre en évidence la validité des profils théoriques des niveaux d'eau, ainsi que l'utilisation d'un abaque afin de retrouver des valeurs mesurées.

2.1.1 Mesure du profil de la tuyère

- Placer la tuyère de façon à ce qu'il y ait $1.30m$ entre la vanne d'entrée et le début de la tuyère.
- Alimenter le canal avec un débit de $Q = 21.1L.s^{-1}$
- Prendre une mesure de la largeur du canal sans tuyère L_a
- Mesurer la largeur du canal dans la tuyère tous les 5 cm, resserer les mesures au niveau du col de la tuyère.

2.1.2 Mesures des hauteurs d'eau

Au sein d'un canal rempli d'eau, lorsque celle-ci rencontre un obstacle, ici un rétrécissement, l'écoulement se retrouve perturbé. La ligne d'eau, en effet, va varier au niveau de cet obstacle mais peut aussi être différente entre l'amont et l'aval de celui-ci. Nous allons réaliser un protocole similaire pour les différents types d'écoulement, afin d'obtenir la ligne d'eau. On note respectivement V_{amont} et V_{aval} les réglages sur le PC des vannes amont et aval.

On considère premièrement l'écoulement de type **fluvial-fluvial** : $V_{amont} = 85mm$; $V_{aval} = 85mm$

- On ouvre la vanne amont. On monte la vanne aval de façon à noyer la vanne amont. On ouvre de sorte à voir seulement une petite diminution de la hauteur d'eau au niveau de la tuyère, et un retour de la hauteur de départ après celle ci.

Pour le passage **fluvial-torrentiel** : $V_{amont} = 200mm$ (hors d'eau) ; $V_{aval} = 0mm$

- Ce cas est le plus naturel d'un écoulement dans une tuyère. En relevant complétement la vanne amont et en baissant à 0 la vanne aval on peut l'observer. On observe une diminution de la hauteur d'eau en sortie de la tuyère.

Pour l'écoulement de type **torrentiel-torrentiel** : $V_{amont} = 85mm$; $V_{aval} = 0mm$

- On diminue grandement l'ouverture de la vanne par rapport à précédemment de sorte à avoir un niveau d'eau en sortie qui soit proche de la taille de l'ouverture. Il faut avoir également un niveau d'eau identique entre l'entrée de la tuyère et sa sortie. Dans notre cas, la vanne amont a 85 mm d'ouverture, la vanne aval est complètement ouverte.

Pour le passage **torrentiel-fluvial** : $V_{amont} = 75mm$; $V_{aval} = 60mm$

- Placer la vanne amont un peu avant 85 mm. On a préféré ouvrir la vanne amont à 75 mm car pour 85 mm l'écoulement dans la tuyère est trop instable. Monter la vanne aval de façon à créer un ressaut après la tuyère. Amener progressivement le ressaut en augmentant petit à petit la hauteur de la vanne aval. Stabiliser le ressaut au centre de la tuyère. Cette étape est la plus difficile car cet écoulement est le moins naturel.

Une fois une des quatre configurations choisies, nous pouvons réaliser la mesure à proprement parlé.

- A l'aide de la potence présente au dessus du canal et d'une règle, on relève la hauteur d'eau en les points d'abscisse choisie pour tracer le profil de la tuyère. Il faut utiliser les mêmes points d'abscisses que pour la mesure de la largeur L(x).

2.1.3 Mesures des hauteurs limites

Dans le cas du franchissement d'un obstacle tel que la tuyère de Laval il existe des lignes d'eau non physiques. Ces lignes d'eau sont impossibles à obtenir car elles ne permettent pas de franchir l'obstacle. Il existe des hauteurs limites qui déterminent les frontières entre le domaine des lignes d'eau physiques et celui des lignes non physiques. On note h_{1max} la hauteur maximale accessible en régime super-critique avec ce débit et h_{2min} la hauteur minimale en régime sous-critique.

Voici le protocole que l'on a suivi pour mesurer ces hauteurs limites :

- Se placer en régime torrentiel-torrentiel avec $V_{aval} = 0$ cm et une ouverture de la vanne aval faible
- Remonter petit à petit la vanne amont jusqu'à ce que la vanne soit noyée.
- Mesurer avant que la vanne se noit la hauteur d'eau loin après la vanne.
- Mesurer après le passage en fluvial la hauteur d'eau loin après la vanne.

On a observé un effet de vanne important lorsqu'on se rapproche des hauteurs limites. C'est-à-dire que pour une ouverture de vanne $V_{amont} = 85mm$ on observe une hauteur d'eau $h_{1max} = 5,5cm$.

2.2 Résultats et comparaison avec la théorie

2.2.1 Profil de la largeur du canal

On mesure la largeur de la tuyère le long du canal ; on obtient le profil suivant :

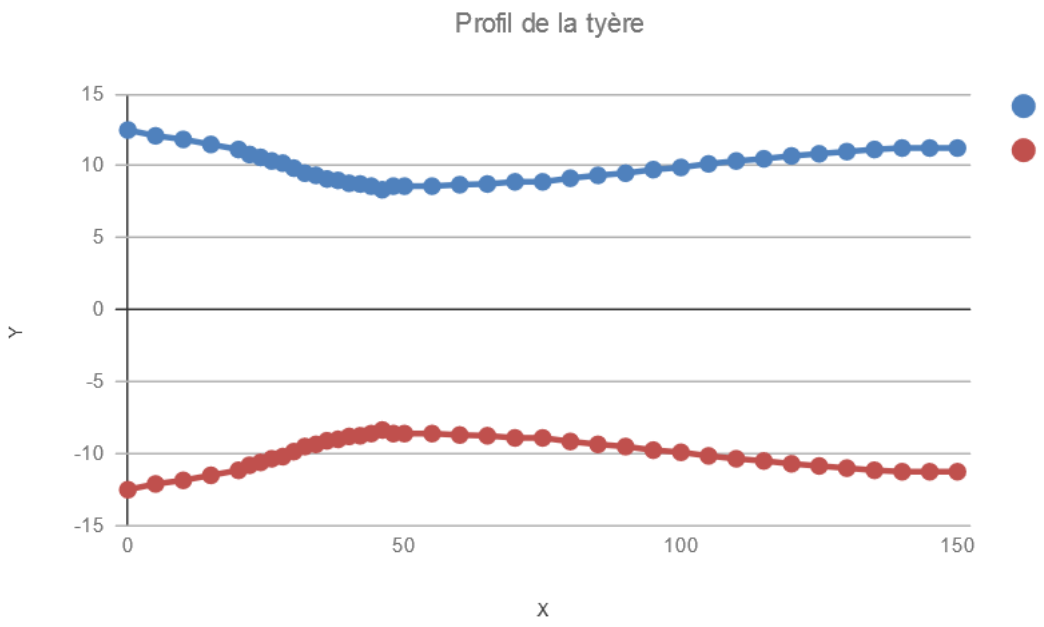


FIGURE 5 – Profil de largeur du canal

Nous n'avons mesuré qu'un seul des deux côtés et nous avon fait l'hypothèse que les deux parties de la tuyère était identiques.

On s'est rendu compte que le profil de la tuyère n'était pas un profil gaussien comme la tuyère donnée dans le DM. De plus le col de la tuyère n'est pas positionné au centre de celle-ci. On a comparé le profil ecpérimental et un profil gaussien en utilisant la formule suivante :

$$L(x) = L_a - re^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} \text{ avec } r = 8cm, L_a = 25cm \text{ et } \sigma = 50cm \tag{6}$$

On représente dans le graphique ci-dessous l'évolution de la largeur du canal dans la tuyère.

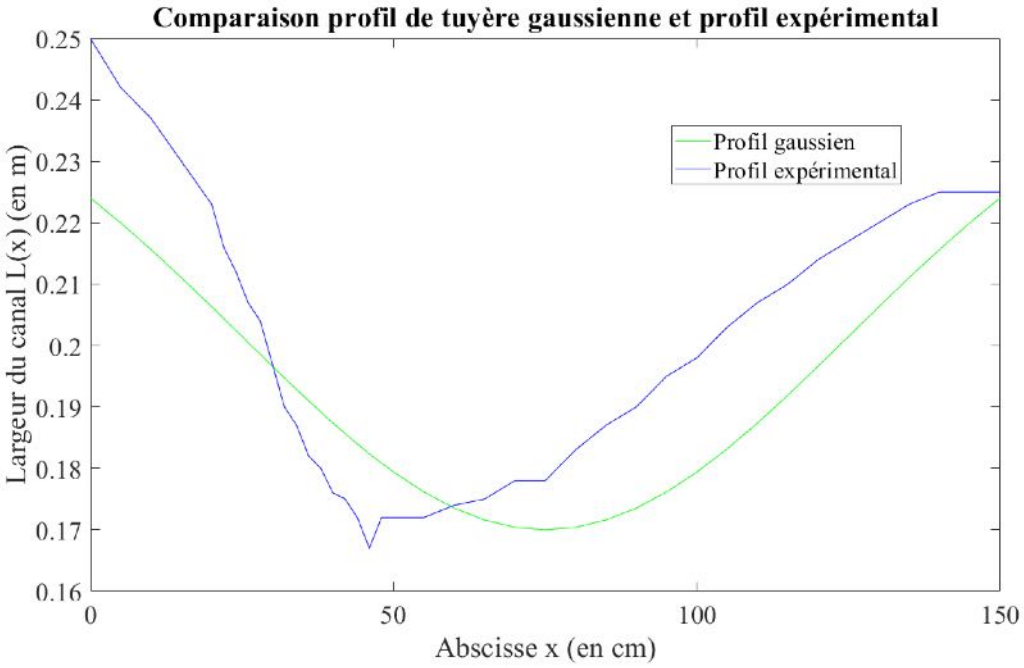


FIGURE 6 – Etude du profil de la tuyère, comparaison avec une gaussienne.

2.2.2 Représentation des lignes d'eau

Nous nous intéressons ici aux niveaux d'eau dans la tuyère selon le régime d'écoulement. Mais savant ça on trace le profil théorique de la hauteur d'eau.

A partir du profil de largeur du canal et du débit, on est en mesure de calculer la hauteur d'eau en tout point. On part pour cela de la formule suivante : $h^2(\epsilon - h) = \frac{Q^2}{2gL(x)}$. On calcule alors le second terme pour chaque x et on résout le trinome. On obtient pour chaque x, 3 valeurs, on garde seulement les deux positives. Elles correspondent aux régimes torrentiel-torrentiel et fluvial-fluvial. On obtient le profil suivant :

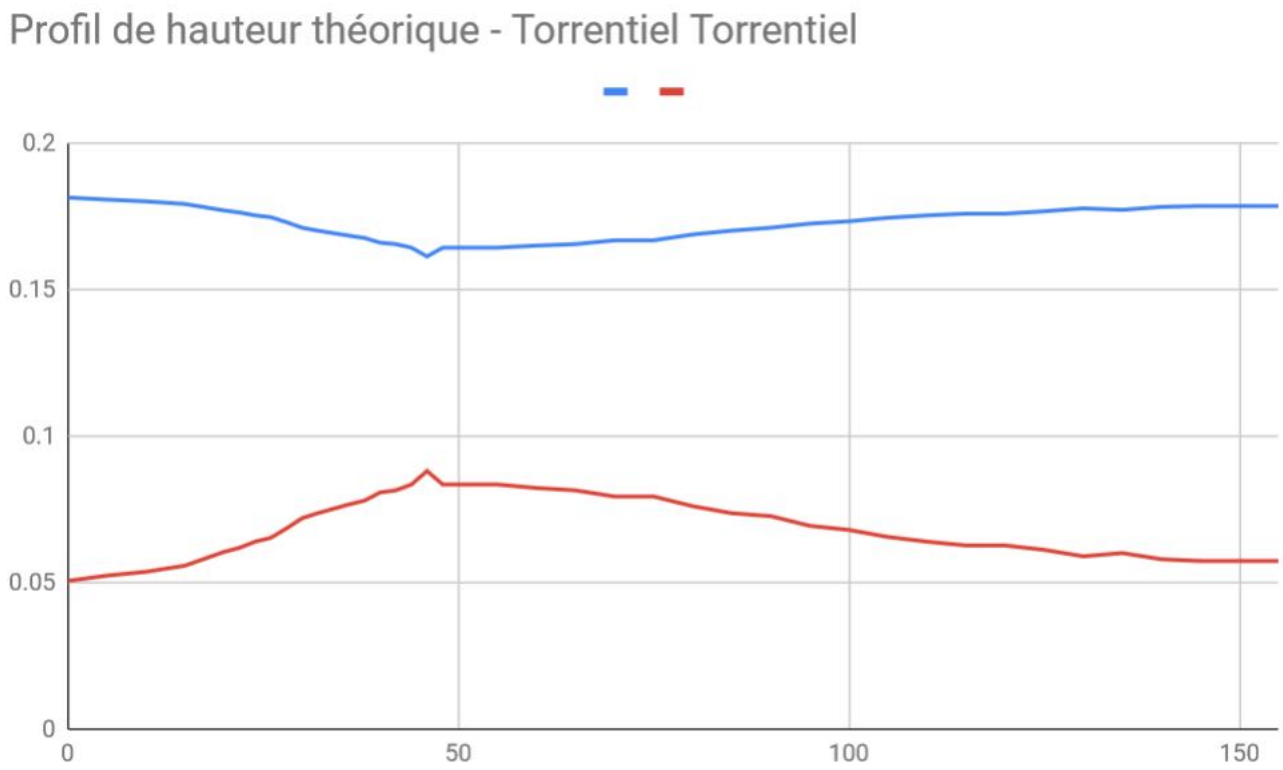


FIGURE 7 – Profils théoriques en écoulement torrentiel-torrentiel

Cas torrentiel-torrentiel Lorsque l'écoulement est partout super-critique, la surface libre croît en passant sur l'obstacle. Dans le cas de la tuyère, on observe des ondes au col de celle-ci qui forment des ventres et des bosses dans l'écoulement.

FIGURE 8 – Ecoulement torrentiel-torrentiel

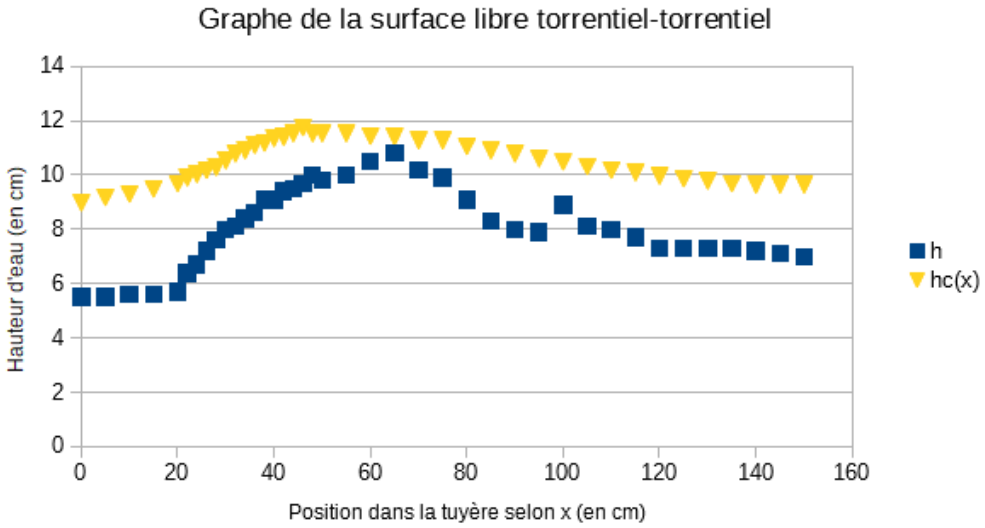


FIGURE 9 – Tracé de la ligne d'eau dans le cas torrentiel-torrentiel et de la hauteur critique théorique

Les graphes théoriques de la hauteur d'eau expérimentale et théorique n'ont été superposés, mais on peut constater au vu des valeurs (de 6cm à 10cm au max pour l'expérience et de 5 cm à 9cm au max pour la théorie) et de la forme de la surface libre, que la formule théorique donne une relativement bonne approximation de la hauteur d'eau au sein de la tuyère.

De plus on peut remarquer que la hauteur d'eau ne croise jamais la courbe de la hauteur critique. En effet il n'y a pas de changement de régime ici, ce qu'on aurait observé si ça avait été le cas, mais qui sera vrai pour le cas suivant.

Cas fluvial-torrentiel Nous avons cette fois ci un changement dans le régime d'écoulement observé au passage de la tuyère.

FIGURE 10 – Ecoulement fluvial-torrentiel

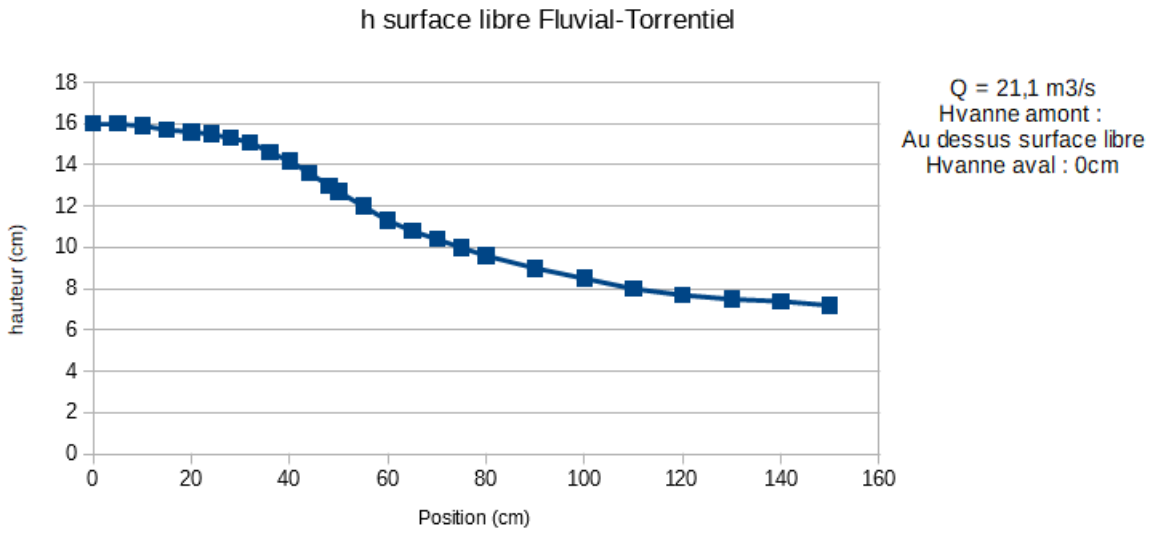


FIGURE 11 – Graphe expérimental de la hauteur d'eau pour l'écoulement fluvial-torrentiel

On peut constater que l'on part d'une hauteur d'eau élevée, pour finalement après la tuyère, revenir au niveau d'eau que nous avons observé pour le cas torrentiel.

Sur le graphique présenté ci dessous (*Prévision des lignes d'eau et écart avec l'expérience*) pour illustrer la hauteur critique, on pourra constater que la hauteur d'eau coupe bien la hauteur critique ce qui explique que l'on ait un changement de régime d'écoulement.

Cas fluvial-fluvial On peut observer dans la photo suivante une diminution de la hauteur d'eau au col de la tuyère.

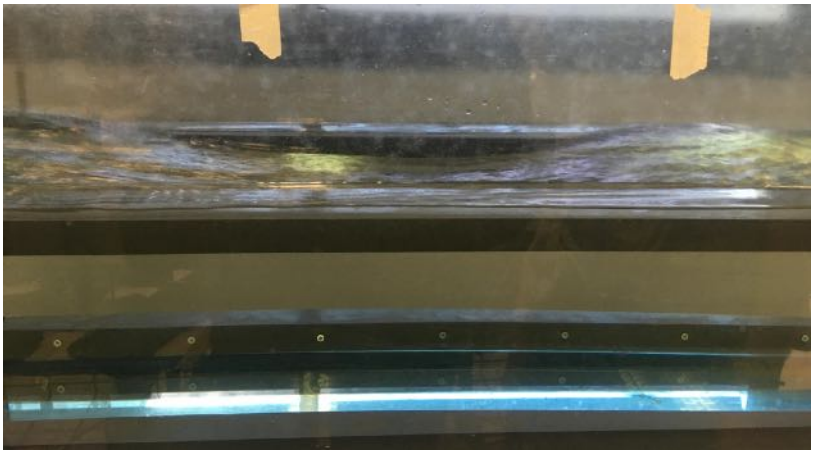


FIGURE 12 – Ecoulement fluvial-fluvial

Pour les profils théoriques du régime fluvial-fluvial, on résout le même trinome que pour l'écoulement torrentiel-torrentiel. On obtient

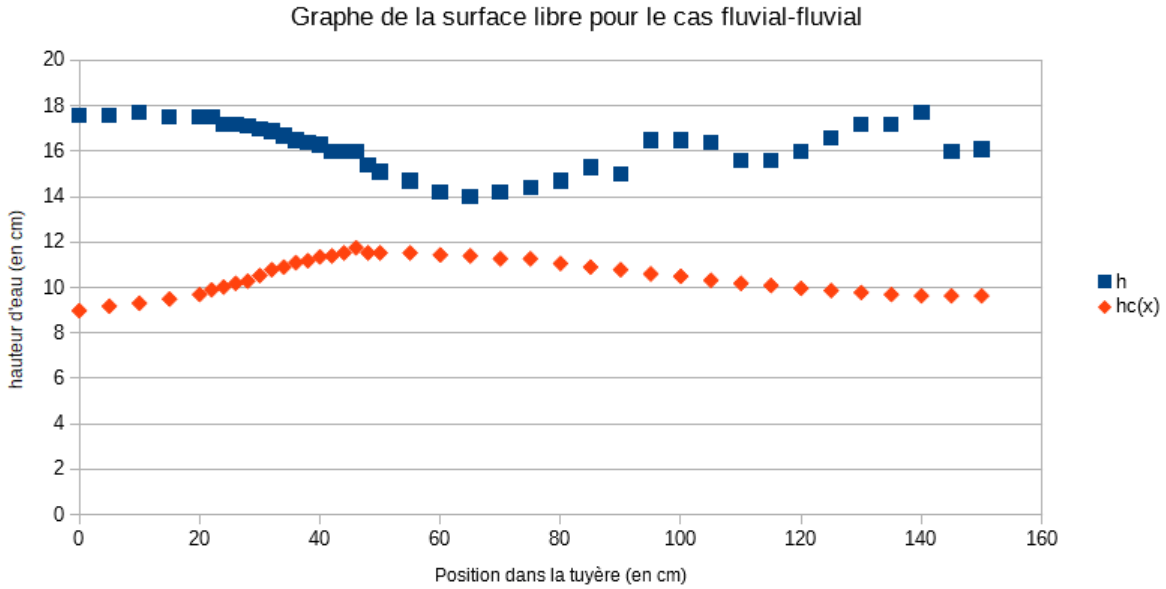


FIGURE 13 – Tracé de la ligne d'eau en fluvial-fluvial et comparaison avec la hauteur critique théorique

Cas torrentiel-fluvial Ce cas était très instable et compliqué à obtenir. On a tout de même réussi à prendre une photo de cet écoulement :

FIGURE 14 – Ecoulement torrentiel-fluvial

Nous n'avons pas réussi à obtenir le changement de régime suffisamment longtemps pour pouvoir finir la série de mesures. Mais nous avons cependant une partie de celle ci que l'on peut voir sur le graphe suivant :

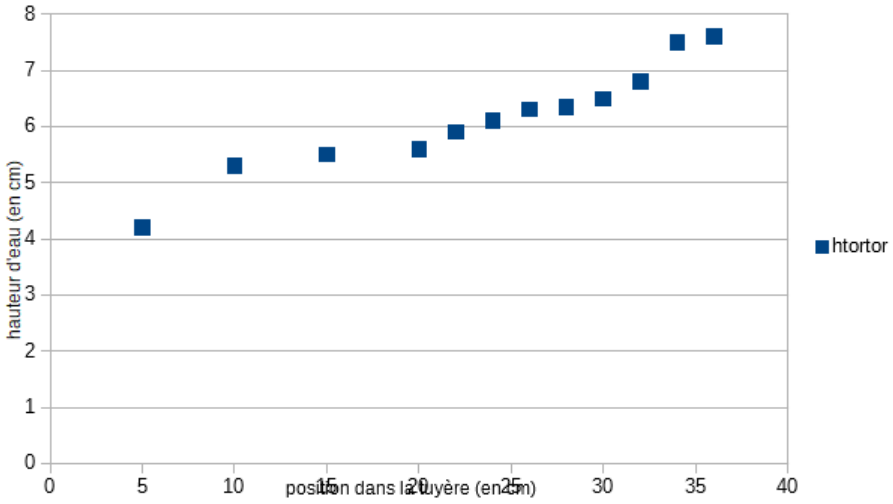


FIGURE 15 – Tracé partiel de la ligne d'eau en torrentiel-torrentiel

Graphique récapitulatif des hauteurs d'eau mesurées On peut voir l'ensemble des écoulements possibles, pour un même débit, passant dans la tuyère.

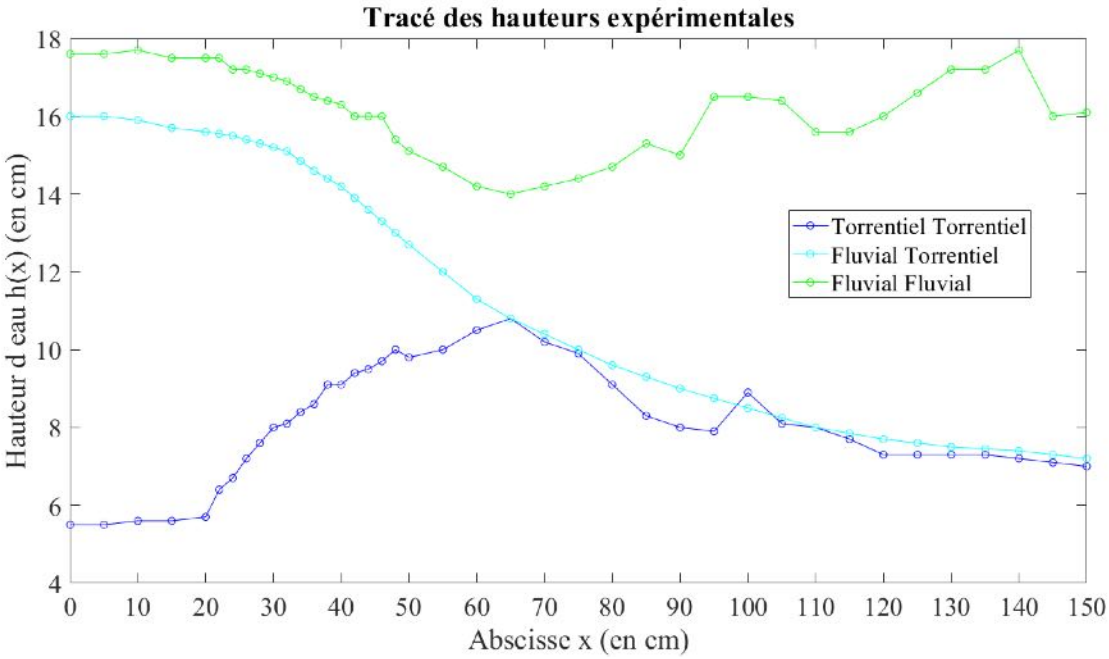


FIGURE 16 – Ensemble de toutes les lignes d'eau mesurées

2.2.3 Prévision des lignes d'eau et écart avec l'expérience

Ces lignes d'eau observées n'apparaissent pas de façon aléatoire. Elles sont régies par des formules qui permettent de prédire de façon approximative la forme qu'elles vont avoir. Ici nous allons nous intéresser à prévoir la hauteur d'eau dans le canal, et nous verrons que l'on peut prévoir également le changement de régime d'écoulement que l'on peut parfois observer.

Tout d'abord, on sait que pour un écoulement dans un canal, on peut définir une énergie spécifique que l'on note E(en m). Avec l'hypothèse $\alpha = 1$, vérifiée dans la partie étude de la tuyère, nous avons la relation :

$$E = h(x) + \frac{Q^2}{2 * g * L(x)^2 * h(x)^2} \tag{7}$$

où

- L est la largeur du canal et dépend de x
- g est la constante de gravité
- Q le débit
- h la hauteur d'eau en un point d'abscisse x

On peut réécrire cette formule sous la forme :

$$h(x)^2(E - h(x)) = \frac{Q^2}{2 * L(x)^2} \tag{8}$$

Le terme de droite est une valeur connue pour un x fixé. Donc trouver la hauteur d'eau revient à résoudre un polynôme de degré 3 d'inconnue $h(x)$. A l'aide de matlab on peut résoudre cela.

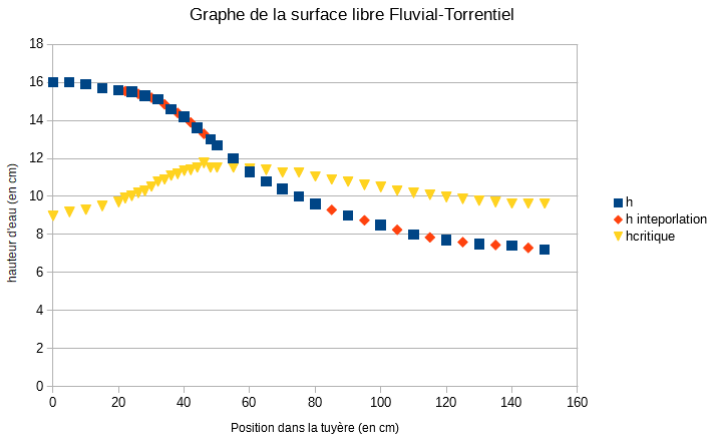


FIGURE 17 – Comparaison de la ligne d'eau avec la hauteur critique théorique

On a vu que l'on peut estimer la hauteur d'eau théorique. Maintenant on s'intéresse plus particulièrement aux changements de régimes d'écoulement. Pour cela nous allons regarder l'importance du Froude dans cette optique. En effet, pour savoir à quel niveau le changement de régime (s'il y a lieu) se fait, on regarde pour quelle abscisse nous nous trouvons $Froude = 1$. Pour le **cas fluvial-torrentiel** cela intervient pour $x = 60cm$, ce qui est étrange ici car nous ne sommes pas au col mais un peu après. On peut expliquer cela en partie par des erreurs de mesure, mais ce n'est pas sufisant pour tout expliquer. Cela peut aussi venir probablement du phénomène d'onde que l'on peut observer dans la tuyère qui crée de légères ondulations de la surface.

2.2.4 Utilisation de l'abaque de H(E,h) pour vérifier les valeurs h_{1max} et h_{2min}

Pour un débit de $21.1m^3.s^{-1}$ on a mesuré $h_{1max} = 5.5cm$ et $h_{2min} = 15cm$.

Dans cette partie, on va essayer de retrouver les valeurs théoriques de h_{1max} et h_{2min}. Pour ce faire, on va utiliser le graphique de H(E,h) tracé en fonction de $h \in [0, 0.3]$ m et pour $E \in [0, 0.3]$ m.

On commence par calculer les hauteurs critiques h_{ca} (à l'amont) et h_{cr} (à l'endroit le plus étroit de la tuyère) en utilisant la formule :

$$h_c(x) = g^{-1/3} L^{-2/3}(x) Q^{2/3} \tag{9}$$

Avec $L_a = 25cm$ et $L_r = 16.7cm$, on a :

$$h_{ca} = 9.0cm \text{ et } h_{cr} = 11.8cm$$

On trace ces valeurs sur le graphique. On estime que la charge spécifique qui permet de changer de régime au niveau de la tuyère est de $E = 0.176m$ car $h_{cr} = 2E/3 = 11.76cm$. On peut aussi calculer $E(Q, h_{cr})$.

Trouver les valeurs limites revient à résoudre l'équation :

$$H(E, h) = 2^{1/3}h^{2/3}(E - h)^{1/3} = h_{ca} \text{ avec } E = 0.176m \tag{10}$$

D'où

$$0.09 = 2^{1/3}h^{2/3}(0.176 - h)^{1/3} \tag{11}$$

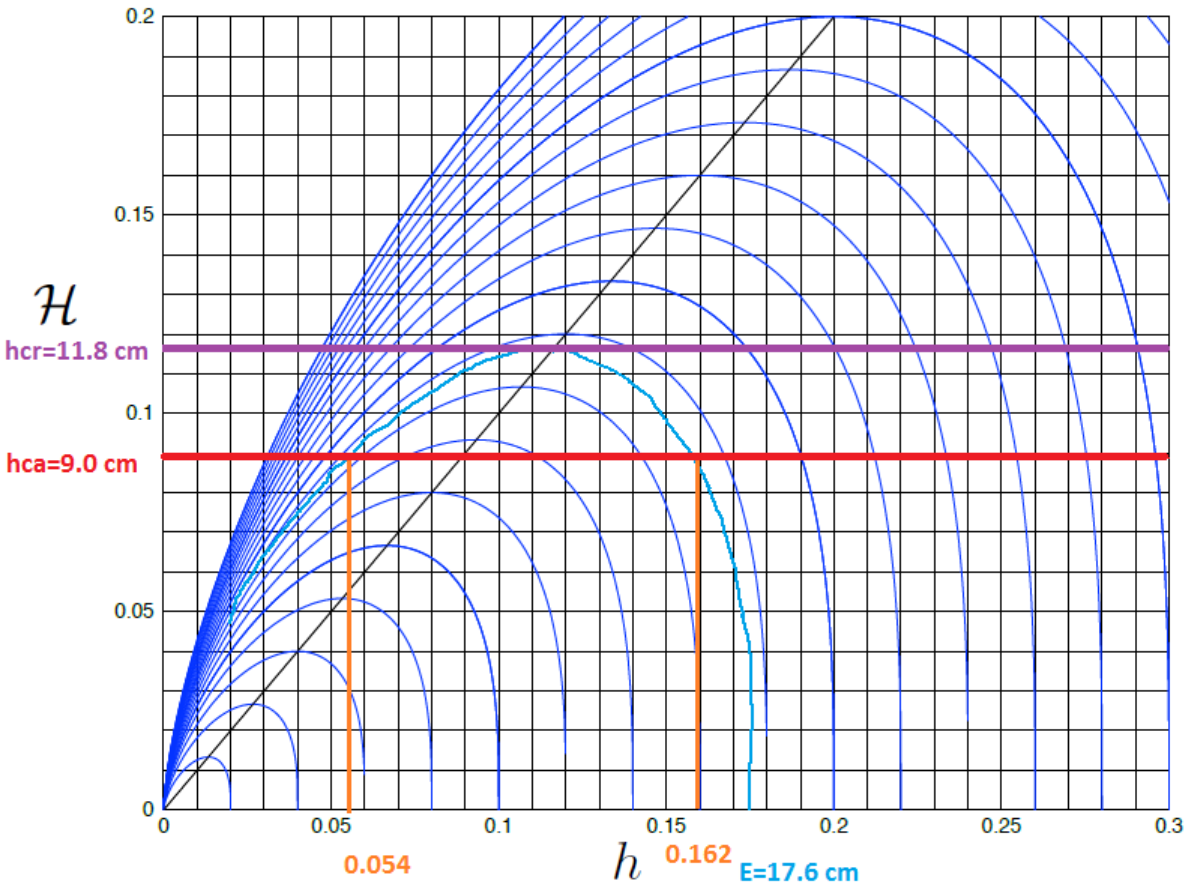


FIGURE 18 – Détermination graphique des hauteurs limites avec la fonction $H(E,h) = 2^{1/3}h^{2/3}(E-h)^{1/3}$
Source : Livret d'enseignement du cours "Hydraulique a surface libre", O. Thual

Graphiquement ou par résolution avec la calculette on trouve :

$$h_{1max} = 5.4cm \text{ et } h_{2min} = 16.2cm$$

On peut vérifier ces valeurs en calculant $E(Q, h_{1max})$ et $E(Q, h_{2min})$.

Q_{pompe} (L/s)	$h_{cr,th}$	$h_{cr,exp}$	ϵ	$h_{1max,th}$	$h_{1max,exp}$	ϵ	$h_{2min,th}$	$h_{2min,exp}$	ϵ
10	7	6.3	10	6	6.8	13 %	9.6	10.4	8 %
21	11.8	11	7	5.4	5.5	2 %	16.2	15	7 %
24	12.7	14.3	12	6	6.8	2 %	17.5	17	3 %

3 Conclusion

Dans ces travaux pratiques autour de la tuyère de Laval nous avons étudié 3 manières de mesurer le débit d'un canal. Tout d'abord avec la hauteur d'eau h_r au col de la tuyère, puis avec h_{2min} la hauteur d'eau en amont de la tuyère. Pour ces deux méthodes nous obtenons le bon ordre de grandeur mais une erreur relative variable par rapport au débit affiché sur la pompe. Entre 7 % et 20% avec h_r et autour de 10% avec h_{2min} pour des débit variant de 10 à 24 $L.s^{-1}$. La troisième manière était par mesure avec un moulinet du profil de vitesse dans le canal, ici nous obtenons une erreur relative de plus de 40% . Nous pensons qu'une telle erreur vient de la difficulté d'effectuer les mesures et de l'intégration simplifié du profil de vitesse que nous avons fait. De plus toutes les erreurs de mesure de cette partie comme de la suivante viennent aussi des erreurs de lecture des hauteurs d'eau et de l'incertitude du débit donné par la pompe. Le profil de vitesse nous a aussi permit de confirmer l'hyposthèse du facteur de forme α = 1 puisque nous avons calculé α = 0,96.

Nous avons aussi comparé la forme des lignes d'eau de l'écoulement dans la tuyère avec tous les types de régime en amont et aval de la tuyère mis à part le régime torrentiel-fluviale qui nous a posé des difficultés de mesure du fait de l'instabilité de ce dernier. Néanmoins la théorie nous donnant la forme des lignes d'eau concorde avec les relèvements effectués, nous validons donc la théorie.

L'idée de réaliser nous-même les travaux pratiques nous a motivé. Cette pédagogie novatrice à été bien reçue par l'ensemble du groupe, en effet pouvoir choisir les parties du cours qui nous intéressent pour les illustrer nous-même nous donne bien plus envie de nous investir dans ce que nous faisons. Et malgré une première séance de découverte et d'hésitation sur la marche à suivre ou sur le choix du sujet, ces séances de travaux pratiques se concluent plus efficaces que des séances classiques.

Table des figures

1 dispositif expérimental mis en place 2
2 tuyère où le col est étendu 7
3 $f(\xi) = \frac{1}{2}\xi^{-2} + \xi$ 8
4 profil de vitesse vertical 9
5 Profil de largeur du canal 13
6 Etude du profil de la tuyère, comparaison avec une gaussienne. 14
7 Profils théoriques en écoulement torrentiel-torrentiel 15
8 Ecoulement torrentiel-torrentiel 15
9 Tracé de la ligne d'eau dans le cas torrentiel-torrentiel et de la hauteur critique théorique 16
10 Ecoulement fluvial-torrentiel 16
11 Graphe expérimental de la hauteur d'eau pour l'écoulement fluvial-torrentiel . 17
12 Ecoulement fluvial-fluvial 18
13 Tracé de la ligne d'eau en fluvial-fluvial et comparaison avec la hauteur critique théorique 18
14 Ecoulement torrentiel-fluvial 19
15 Tracé partiel de la ligne d'eau en torrentiel-torrentiel 19
16 Ensemble de toutes les lignes d'eau mesurées 20
17 Comparaison de la ligne d'eau avec la hauteur critique théorique 21
18 Détermination graphique des hauteurs limites avec la fonction $H(E,h) = 2^{1/3}h^{2/3}(E-h)^{1/3}$ *Source : Livret d'enseignement du cours "Hydraulique a surface libre", O. Thual* 23