

MODULE 3

ANALYSE VECTORIELLE

Révision

Rachid Ababou
Laurent Bletzacker
Louis Randriamihamison
Wladimir Bergez

1^{er} décembre 2003

Exercice Analyse Vectorielle

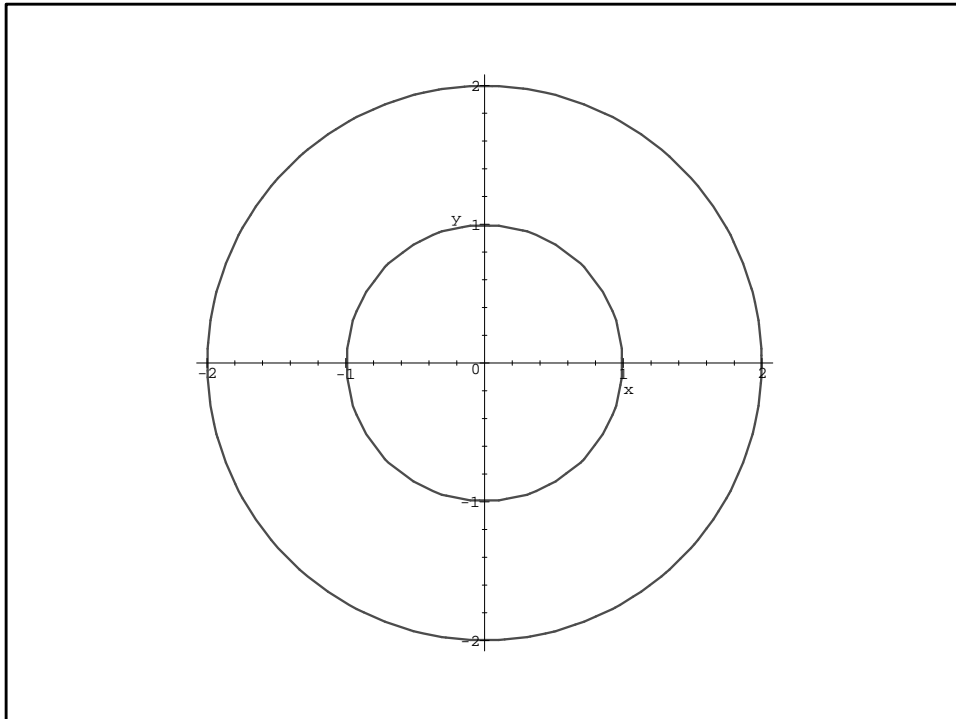
On considère dans l'espace, le champ de vecteurs $\vec{V} = (0, 0, x^2 f(z))$, où f est une fonction de classe C^1 sur \mathbb{R} telle que $f(0) = 1$.

1. Déterminer f pour que le champ \vec{V} soit un rotationnel.
2. Déterminer alors un potentiel vecteur \vec{A} c'est-à-dire un champ \vec{A} tel que $\vec{V} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$.

Soit $0 < a < b$ fixés. On considère le domaine plan D

$$D = \{M(x, y, z) \text{ tels que } z = 0, a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2\}$$

Le domaine D est une couronne :



Couronne

1. Calculer la circulation du champ $\vec{A} = (-x^2y, 0, 0)$ sur le cercle d'équation $z = 0$ et $x^2 + y^2 = a^2$.
2. En utilisant le théorème de Green-Riemann, calculer l'intégrale double :

$$\iint_D x^2 \, dx dy$$

Réponse : $\frac{\pi}{4}(b^4 - a^4)$.