

Examen final : Module 3 / Systèmes Différentiels et Analyse Vectoriel

14 janvier 2006 – tout document “PAD” autorisé

Exercice 1 Calculer la solution $x(t)$ de

$$\begin{aligned}x'(t) + 3x(t) &= 5t \\ x(0) &= 1\end{aligned}$$

Exercice 2 Trouver la solution générale de

$$\begin{bmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = 0$$

Exercice 3 Soit le champ vectoriel $\vec{V}(u, v, 0)$

$$\begin{aligned}u &= ax + by \\ v &= cx + dy\end{aligned} \quad a, b, c, d \text{ constantes réelles.}$$

Trouver les conditions sur a, b, c et d pour que

- \vec{V} soit à divergence nulle,
- \vec{V} soit à rotationnel nul.

Dans le cas où ces deux conditions sont vérifiées simultanément, trouver le potentiel scalaire ϕ et le potentiel vecteur \vec{A} dont dérive \vec{V} .**Exercice 4** Soit le champ vectoriel $\vec{V}(u, v, 0)$

$$\begin{aligned}u &= x + y \\ v &= 2x - y\end{aligned}$$

Calculer la circulation de ce champ le long du cercle $\{x^2 + y^2 = 1, z = 0\}$, par deux méthodes différentes.