

QCM 3

Question 1

Points: 5

On donne le système linéaire suivant, où a et b sont des paramètres réels :

$$\begin{cases} ax + by + az = 1 \\ bx + y + z = 1 \\ ax + y + az = b \end{cases}$$

A votre avis :

Veuillez choisir au moins une réponse.

- a. Si $a = 0$ et $b = 1$, le système est de rang 2
- b. Si a n'est pas nul, le système admet une solution unique
- c. Si $a = 0$ et $b = 1$, le système est impossible
- d. Si $a = 0$ et $|b| \neq 1$, le système est impossible
- e. Si $a = 1$ et $b = 1$, le système est de rang 1

Question 2

Points: 5

A est une matrice carrée dont le déterminant est égal à 0.

A votre avis :

Veuillez choisir au moins une réponse.

- a. A n'est pas diagonalisable
 - b. A n'a pas d'autre valeur propre que 0
 - c. 0 est valeur propre
 - d. A est inversible
 - e. 0 est racine simple du polynôme caractéristique
-

Question 3

Points: 5

A est une matrice carrée réelle d'ordre 3 ayant pour valeurs propres 1 et 3.
L'espace propre associé à 3 est de dimension 2.

A votre avis :

Veuillez choisir au moins une réponse.

- a. Si A est la matrice de l'endomorphisme f , alors $\dim \text{Ker}(f - 3I) = 1$
 - b. Si A est la matrice de l'endomorphisme f , alors f est injective
 - c. A est semblable à $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 - d. A n'est pas diagonalisable
 - e. Le rang de $A - I$ est égal à 2
-

Question 4

Points: 5

A votre avis :

Veuillez choisir au moins une réponse.

- a. Toute matrice de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ a au moins une valeur propre réelle
 - b. Toute matrice de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ a au moins une valeur propre réelle
 - c. Si k est valeur propre de A alors k^2 est valeur propre de A^2
 - d. Toute matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est triangularisable
 - e. Toute matrice complexe de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ est diagonalisable
-

Question 5

Points: 5

M est une matrice carrée réelle d'ordre 2 ayant pour valeurs propres 1 et 3.

A votre avis :

Veuillez choisir au moins une réponse.

- a. M est semblable à la matrice $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
- b. M est inversible
- c. M est diagonalisable
- d. Le rang de $M - I$ est égal à 2

- e. Le rang de $\mathbf{M} - 3\mathbf{I}$ est égal à 1

Question 6

Points: 5

Soit la matrice de $\mathcal{M}_3(K)$ définie par :
$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
 où K désigne \mathbb{R} ou \mathbb{C}

A votre avis :

Veillez choisir au moins une réponse.

- a. Si $K = \mathbb{C}$ la matrice \mathbf{M} est triangularisable et non diagonalisable
- b. Si $K = \mathbb{C}$ la matrice \mathbf{M} a trois valeurs propres distinctes
- c. Quel que soit le corps de référence, le polynôme caractéristique est scindé
- d. Si $K = \mathbb{R}$ la matrice \mathbf{M} n'est pas diagonalisable
- e. Si $K = \mathbb{R}$ la matrice \mathbf{M} est triangularisable

Question 7

Points: 5

A votre avis :

Veillez choisir au moins une réponse.

- a. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ est diagonalisable et inversible
- b. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ n'est pas diagonalisable et est inversible
- c. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ est diagonalisable et n'est pas inversible
- d. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ est diagonalisable et inversible
- e. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ est diagonalisable et n'est pas inversible

Question 8

Points: 5

A est une matrice carrée réelle d'ordre 3 ayant pour valeurs propres (-1) et 1 .
L'espace propre associé à la valeur propre 1 est de dimension 2.

A votre avis :

Veillez choisir au moins une réponse.

- a. $\det A = 1$
 - b. A est inversible
 - c. Si A est la matrice de l'endomorphisme f , alors $\text{Ker} f = \{0_{\mathbb{R}^3}\}$
 - d. A n'est pas diagonalisable
 - e. $\det A = 0$
-

Question 9

Points: 5

B est une matrice carrée réelle d'ordre 3 ayant pour valeurs propres 1 et 3 .

L'espace propre associé à la valeur propre 3 est de dimension 1 et l'espace propre associé à la valeur propre 1 est de dimension 1.

A votre avis :

Veillez choisir au moins une réponse.

- a. Le polynôme caractéristique est scindé
 - b. Si 1 et 3 sont les seules valeurs propres, alors B est triangularisable
 - c. Si 1 et 3 sont les seules valeurs propres, alors B est diagonalisable
 - d. Si 1 et 3 ne sont pas les seules valeurs propres, alors B est diagonalisable
 - e. Si 1 et 3 ne sont pas les seules valeurs propres, alors B est inversible
-

Question 10

Points: 5

Soit la matrice de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ définie par :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

A votre avis :

Veillez choisir au moins une réponse.

- a. M est inversible

- b. $2 - \sqrt{2}$ et $2 + \sqrt{2}$ sont valeurs propres
- c. 0 est valeur propre, et la dimension de l'espace propre associé est égale à 2
- d. \mathbf{M} est diagonalisable
- e. La somme des valeurs propres est égale à 4