

Chapitre 5

Réflexion et transmission des ondes sonores

O. Thual, 2 octobre 2021

Sommaire

1	Discrétisation du mouvement dans un tube	2
2	Équations du mouvement discrètes	3
3	Passage au continu	3
4	Équation de D'Alembert pour les ondes sonores . .	4
5	Vitesse du son	4
6	Débit associé à une onde sonore	5
7	Réflexion et transmission d'une onde sonore	6
8	Cas limites de réflexion et de transmission	7
9	Conclusion	7

Introduction

Les ondes sonores sont des oscillations des particules fluides d'un gaz compressible. Ces déplacements sont associés à des oscillations de pression, de masse volumique et de vitesse. Ce sont des ondes longitudinales dans la mesure où les déplacements et les vitesses sont orientés dans la direction de propagation de l'onde. On se restreint ici aux ondes sonores dans des tubes d'axe Ox . Les transformations sont supposées isentropiques (pas d'échange de chaleur). On se place dans le cadre des petites oscillations et on discrétise le fluide en petits tronçons pour lesquels on peut écrire la loi d'état linéarisée autour de l'équilibre, la loi de conservation de la masse et le principe fondamental de la dynamique. La limite du continu s'obtient en faisant tendre vers zéro la taille des petits tronçons, ce qui conduit à trois équations aux dérivées partielles en espace et en temps pour la vitesse et les fluctuations de pression et de masse volumique. En éliminant deux champs parmi les trois, ces ondes sonores sont décrites par l'équation de D'Alembert, dont les solutions sont des signaux qui se propagent sans déformation, à la vitesse du son, vers la gauche ou vers la droite. En présence d'une discontinuité de la section du tube, on peut calculer les coefficients de réflexion et de transmission d'une onde sonore à l'aide de la continuité de la pression et du débit.

1 Discrétisation du mouvement dans un tube

On considère les oscillations longitudinales des particules fluides d'un gaz compressible contenu dans un tube d'axe Ox . On découpe le fluide en petits tronçons dont les abscisses des sections qui les délimitent en l'absence de mouvement sont une suite de réels a_i tels que la longueur $a_{i+1} - a_i = \delta a$ est constante. En présence d'oscillations, les abscisses de ces extrémités deviennent $x_i(t) = a_i + \xi_i(t)$ où les $\xi_i(t)$ sont leurs déplacements (figure 5.1).

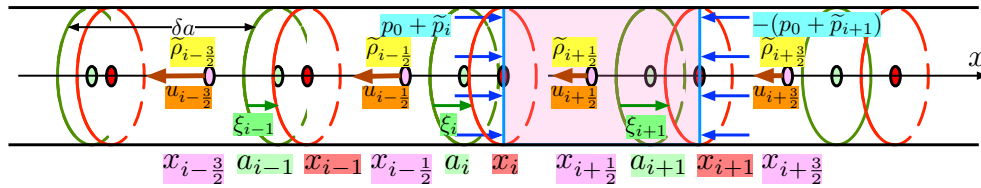


FIGURE 5.1 – Discrétisation du mouvement d'un gaz compressible.

La loi d'état du gaz s'écrit $p = \mathcal{P}(\rho, s)$ où p est la pression, ρ la masse volumique et s l'entropie. En l'absence de mouvement, on suppose que $p = p_0$, $\rho = \rho_0$ et $s = s_0$ avec $p_0 = \mathcal{P}(\rho_0, s_0)$. On suppose que les oscillations sont isentropiques ($s = s_0$), ce qui correspond à une absence d'échange de chaleur. On note alors $p_i(t) = p_0 + \tilde{p}_i(t)$ la pression aux extrémités mobiles d'indices i . On note $x_{i+\frac{1}{2}}(t) = \frac{1}{2} [x_i(t) + x_{i+1}(t)]$ l'abscisse mobile du centre du tronçon compris entre les extrémités i et $i + 1$ et on note $\rho_{i+\frac{1}{2}}(t) = \rho_0 + \tilde{\rho}_{i+\frac{1}{2}}(t)$ et $u_{i+\frac{1}{2}}(t) = \dot{x}_{i+\frac{1}{2}}(t)$ la **masse volumique** et la vitesse en ce centre.

2 Équations du mouvement discrètes

On suppose que les oscillations sont petites, c'est-à-dire $\tilde{p} \ll p_0$, $\tilde{\rho} \ll \rho_0$ et $u \ll \sqrt{p_0/\rho_0}$. On peut alors approximer la loi d'état $p_0 + \tilde{p} = \mathcal{P}(\rho_0 + \tilde{\rho}, s_0)$ par sa linéarisation autour de l'équilibre (p_0, ρ_0, s_0) qui s'écrit, dans la mesure où l'entropie s_0 reste constante :

$$\tilde{p} = c^2 \tilde{\rho} \quad \text{avec} \quad c^2 = \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \rho}(\rho_0, s_0). \quad (5.1)$$

La dérivée partielle de la pression par rapport à la masse volumique est toujours positive, en vertu du second principe de la thermodynamique (si une surpression provoquait une dilatation, le système serait instable).

La loi de conservation de la masse appliquée au tronçon compris entre $x_i(t)$ et $x_{i+1}(t)$ s'écrit $\rho_{i+\frac{1}{2}}(t)[x_{i+1}(t) - x_i(t)]S = \rho_0 \delta a S$ où S est la section du tube et $x_{i+1}(t) - x_i(t) = \delta a + \xi_{i+1}(t) - \xi_i(t)$. En simplifiant par S et en dérivant par rapport au temps, on obtient :

$$\rho_0 [u_{i+1}(t) - u_i(t)] + \delta a \dot{\tilde{\rho}}_{i+\frac{1}{2}}(t) = 0, \quad (5.2)$$

en ayant négligé le terme $\tilde{\rho}_{i+\frac{1}{2}}(t)[u_{i+1}(t) - u_i(t)] + \dot{\tilde{\rho}}_{i+\frac{1}{2}}(t)[\xi_{i+1}(t) - \xi_i(t)]$ devant les autres termes (hypothèse des petites oscillations).

Le principe fondamental appliqué à un tronçon de masse $\delta a [\rho_0 + \rho_{i+\frac{1}{2}}]$ S et d'accélération $\dot{u}_{i+\frac{1}{2}}$, soumis aux forces $[p_0 + \tilde{p}_i(t)]S$ et $-[p_0 + \tilde{p}_{i+1}(t)]S$ à ses extrémités, s'écrit $\delta a [\rho_0 + \tilde{\rho}_{i+\frac{1}{2}}] S \dot{u}_{i+\frac{1}{2}} = [p_0 + \tilde{p}_i(t)]S - [p_0 + \tilde{p}_{i+1}(t)]S$. En simplifiant par S et en négligeant le terme $\tilde{\rho}_{i+\frac{1}{2}} \dot{u}_{i+\frac{1}{2}}$ (hypothèse des petites oscillations), on obtient

$$\delta a \rho_0 \dot{u}_{i+\frac{1}{2}}(t) = \tilde{p}_i(t) - \tilde{p}_{i+1}(t). \quad (5.3)$$

3 Passage au continu

On s'intéresse maintenant à la limite $\delta a \rightarrow 0$, ce qui conduit à une description continue $u(a, t)$, $\tilde{\rho}(a, t)$ et $\tilde{p}(a, t)$ de la vitesse et des fluctuations de la masse volumique et de la pression par extrapolation des valeurs discrètes. La loi d'état linéarisée $\tilde{p}(a, t) = c^2 \tilde{\rho}(a, t)$ relie ainsi deux champs continus.

Pour toute fonction $f(a)$ obtenue en extrapolant les valeurs discrètes $f_i = f(a_i)$ aux abscisses a_i , on peut écrire :

$$\frac{f_{i+1} - f_i}{\delta a} = \frac{f(a_{i+1}) - f(a_i)}{\delta a} = \frac{f(a_i + \delta a) - f(a_i)}{\delta a} \xrightarrow{\delta a \rightarrow 0} f'(a_i), \quad (5.4)$$

Le passage à la limite $\delta a \rightarrow 0$ pour la conservation de la masse s'écrit alors

$$\dot{\tilde{\rho}}_{i+\frac{1}{2}}(t) = -\rho_0 \frac{u_{i+1}(t) - u_i(t)}{\delta a} \implies \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t}(a, t) = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial a}(a, t) \quad (5.5)$$

tandis que le principe fondamental s'écrit

$$\rho_0 \dot{u}_{i+\frac{1}{2}}(t) = -\frac{\tilde{p}_{i+1}(t) - \tilde{p}_i(t)}{\delta a} \implies \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t}(a, t) = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial a}(a, t). \quad (5.6)$$

4 Équation de D'Alembert pour les ondes sonores

En notant x au lieu de a la coordonnée spatiale, les petites oscillations isentropique d'un gaz compressible dans un tube sont modélisées par la loi d'état et les conservations de la masse et de la quantité de mouvement (principe fondamental) qui s'écrivent :

$$\tilde{p}(x, t) = c^2 \tilde{\rho}(x, t), \quad \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t}(x, t) = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \quad \text{et} \quad \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}(x, t). \quad (5.7)$$

L'élimination de u s'obtient en dérivant l'équation de conservation de la masse par rapport au temps, ce qui conduit, en utilisant la conservation de la quantité de mouvement, à $\frac{\partial^2 \tilde{\rho}}{\partial t^2} = -\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} = -\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x^2}$. L'élimination de $\tilde{\rho} = \tilde{p}/c^2$ conduit à l'équation de D'Alembert pour la pression :

$$\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial t^2}(x, t) = c^2 \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x^2}(x, t). \quad (5.8)$$

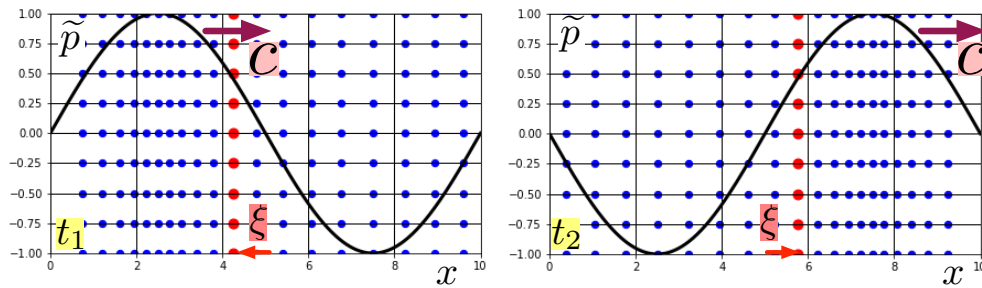


FIGURE 5.2 – Onde progressive monochromatique (OPM) pour deux instants successifs. Déplacement des particules fluides.

À titre d'exemple de solution, on considère l'onde progressive monochromatique (OPM) suivante :

$$\tilde{p} = p_m \sin(kx - \omega t), \quad \tilde{\rho} = \frac{p_m}{c^2} \sin(kx - \omega t) \quad \text{et} \quad u = \frac{p_m}{\rho_0 c} \sin(kx - \omega t), \quad (5.9)$$

avec $\omega = kc$ et p_m une amplitude quelconque. L'équation $\frac{\partial \xi}{\partial t}(x, t) = u(x, t)$ permet d'écrire le champ de déplacement sous la forme :

$$\xi(x, t) = \frac{p_m}{\omega \rho_0 c} \cos(kx - \omega t). \quad (5.10)$$

5 Vitesse du son

On admet que les solutions générales de l'équation de D'Alembert sont de la forme $\tilde{p}(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$ où $f(X)$ et $g(X)$ sont des fonctions quelconques deux fois dérivables. On vérifie facilement que ce sont des solutions.

Par exemple, la superposition de deux signaux de même forme, c'est-à-dire tels que $f(X) = g(X)$, aux vitesses respectives $+c$ et $-c$, conduit à une solution $\tilde{p}(x, t) = f(x - ct) + f(x + ct)$ telle que $\tilde{p}(x, 0) = 2f(x)$ et $\frac{\partial \tilde{p}}{\partial t}(x, 0) = 0$ (figure 5.3a).

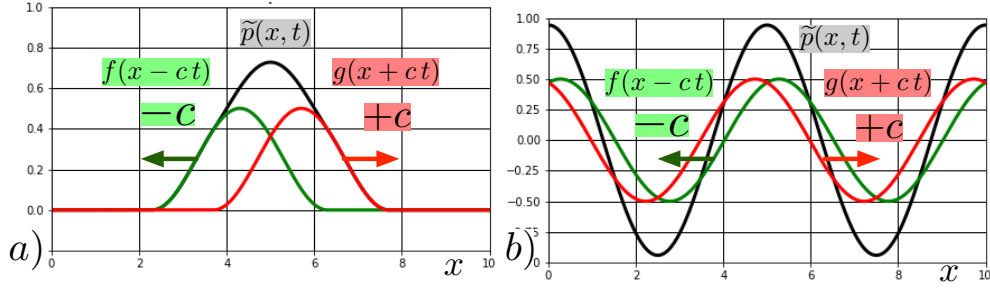


FIGURE 5.3 – Exemple de solutions $\tilde{p}(x,t) = f(x-ct) + g(x+ct)$. a) Deux pulses de même amplitude. b) Deux ondes progressives monochromatiques de même amplitude et de vitesses opposées, résultant en une onde stationnaire.

La superposition de deux ondes progressives monochromatiques (OPM) de même amplitudes et de vitesses opposées est une onde stationnaire qui, pour l'exemple $f(X) = g(X) = A \cos(kX)$, s'écrit $\tilde{p}(x,t) = A \cos(kx - \omega t) + A \cos(kx + \omega t) = 2A \cos(kx) \cos(\omega t)$ avec $\omega = kc$ (figure 5.3b).

Dans le cas d'un gaz parfait, les transformations isentropiques d'entropie $s = s_0$ vérifient la loi d'état $p = \mathcal{P}(\rho, s_0) = B(s_0) \rho^\gamma$ où $\gamma = 1,4$ pour l'air. On en déduit que $c^2 = \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \rho}(s_0, p_0) = \gamma p_0 / \rho_0$. Pour $p_0 = 10^5$ Pa, soit une Atmosphère, et $\rho_0 = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$, soit la masse volumique de l'air, la vitesse du son est donc $c = 340 \text{ m.s}^{-1}$.

6 Débit associé à une onde sonore

On note $Q(x,t) = S u(x,t)$, où S est la section du tube, le débit associé à une oscillation. L'équation de conservation de la masse $\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}$ conduit à distinguer les cas des ondes progressives qui se propagent vers la droite ou vers la gauche :

- Si $\tilde{p}(x,t) = \tilde{p}_-(x-ct)$, alors $u(x,t) = u_-(x-ct)$ avec $u_- = \frac{+1}{\rho_0 c} \tilde{p}_-$.
- Si $\tilde{p}(x,t) = \tilde{p}_+(x+ct)$, alors $u(x,t) = u_+(x+ct)$ avec $u_+ = \frac{-1}{\rho_0 c} \tilde{p}_+$.

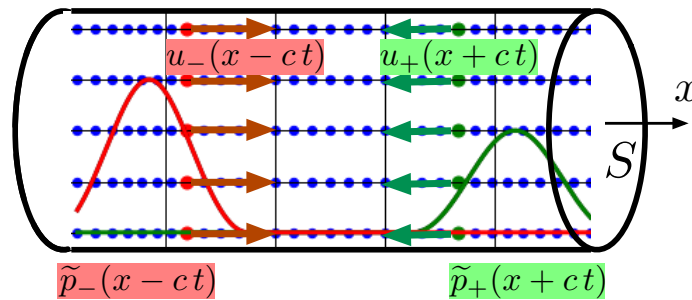


FIGURE 5.4 – Vitesses associées aux signaux de pression se propageant vers la droite ou vers la gauche.

On en déduit que le débit associé à une solution de l'équation de D'Alembert, de la forme $\tilde{p}(x,t) = \tilde{p}_-(x-ct) + \tilde{p}_+(x+ct)$, s'écrit

$$Q(x,t) = Y \tilde{p}_-(x-ct) - Y \tilde{p}_+(x+ct), \quad (5.11)$$

où $Y = \frac{S}{\rho_0 c}$ est appelée l'admittance.

7 Réflexion et transmission d'une onde sonore

On s'intéresse à la réflexion et la transmission d'une onde incidente de la forme $f_I(x - ct)$ au passage d'une discontinuité de la section du tube qui vaut S_1 pour $x < 0$ et S_2 pour $x > 0$. On suppose que l'entropie s_0 et la masse volumique ρ_0 sont les mêmes dans les deux tubes si bien que la vitesse du son c ne varie pas. La solution est donc de la forme :

- Pour $x < 0$: $\tilde{p}(x, t) = f_I(x - ct) + f_R(x + ct)$.
- Pour $x > 0$: $\tilde{p}(x, t) = f_T(x - ct)$.

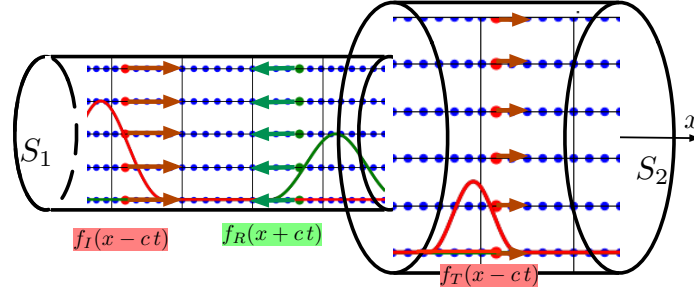


FIGURE 5.5 – Réflexion et transmission d'une onde progressive incidente au passage d'une discontinuité de section.

En notant $Y_1 = \frac{S_1}{\rho_0 c}$ et $Y_2 = \frac{S_2}{\rho_0 c}$ les admittances respectives des deux tubes, le débit associé s'écrit :

- Pour $x < 0$: $Q(x, t) = Y_1 f_I(x - ct) - Y_1 f_R(x + ct)$.
- Pour $x > 0$: $Q(x, t) = Y_2 f_T(x - ct)$.

En invoquant la continuité de la pression \tilde{p} et du débit Q en $x = 0$, on a :

$$\forall t \in \mathbb{R} : \begin{cases} f_I(-ct) + f_R(ct) = f_T(-ct) \\ Y_1 f_I(-ct) - Y_1 f_R(ct) = Y_2 f_T(-ct) \end{cases} \quad (5.12)$$

$$\implies \forall X \in \mathbb{R} : \begin{cases} f_T(X) - f_R(-X) = f_I(X) \\ Y_2 f_T(X) + Y_1 f_R(-X) = Y_1 f_I(X) \end{cases} \quad (5.13)$$

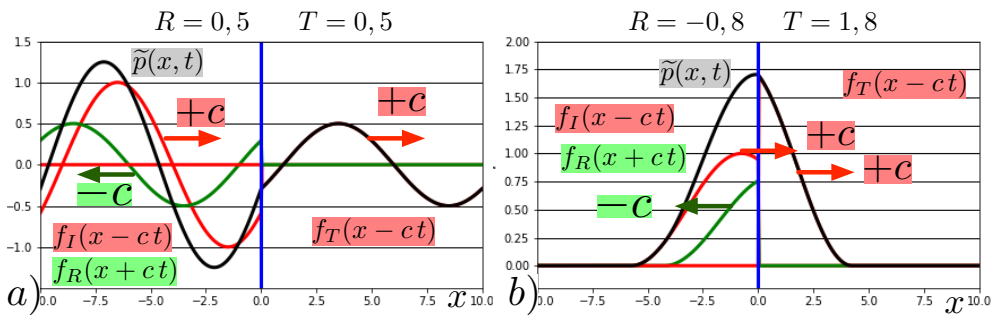


FIGURE 5.6 – Exemples : a) $R = T = 0,5$. b) $R = -0,8$ et $T = 1,8$.

On en déduit $f_T(X) = T f_I(X)$ et $f_R(X) = -R f_I(-X)$ avec

$$T = \frac{2Y_1}{Y_1 + Y_2} \quad \text{et} \quad R = \frac{Y_2 - Y_1}{Y_1 + Y_2}. \quad (5.14)$$

On remarque que $T + R = 1$. La solution s'écrit donc :

- Pour $x < 0$: $\tilde{p}(x, t) = f_I(x - ct) - R f_I[-(x + ct)]$.
- Pour $x > 0$: $\tilde{p}(x, t) = T f_I(x - ct)$.

8 Cas limites de réflexion et de transmission

On considère ici, les deux cas limites suivants :

- $S_1 \ll S_2$ donc $Y_1 \ll Y_2$: $R \sim 1$ et $T \sim 0$.
- $S_1 \gg S_2$ donc $Y_1 \gg Y_2$: $R \sim -1$ et $T \sim 2$.

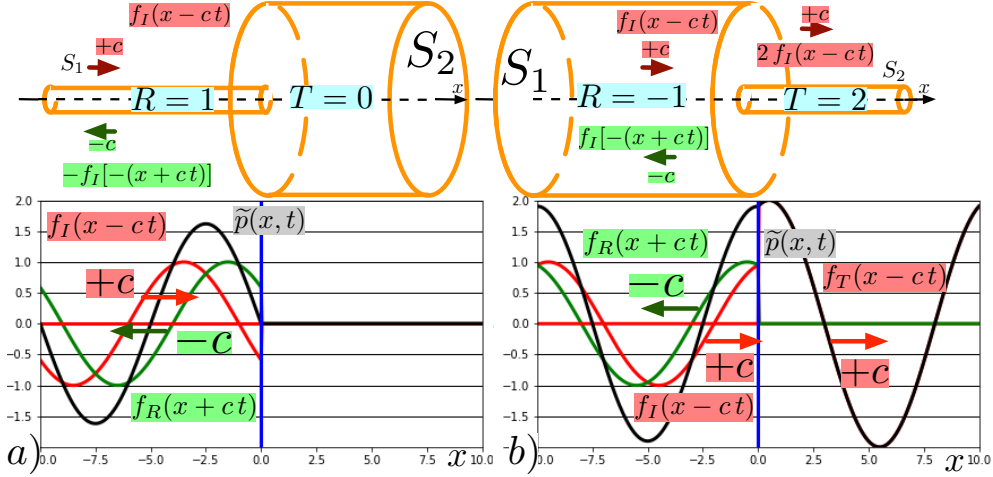


FIGURE 5.7 – Cas limite pour une onde progressive harmonique incidente : a) $R = 1$ et $T = 0$. b) $R = -1$ et $T = 2$.

Dans le cas limite $S_1/S_2 \rightarrow 0$, on a $(R, T) = (1, 0)$, ce qui conduit à $f_R(x + ct) = -f_I[-(x + ct)]$ et $f_T(x - ct) = 0$. Une onde progressive monochromatique incidente $f_I(x) = A \cos(kx)$ conduit alors à la solution $\tilde{p}(x, t) = +2A \sin(kx) \sin(\omega t)$ avec $\omega = kc$ pour $x < 0$ et $\tilde{p}(x, t) = 0$ pour $x > 0$.

Dans le cas limite $S_2/S_1 \rightarrow 0$, on a $(R, T) = (-1, 2)$, ce qui conduit à $f_R(x + ct) = f_I[-(x + ct)]$ et $f_T(x - ct) = 2f_I(x - ct)$. Une onde progressive monochromatique incidente $f_I(x) = A \cos(kx)$ conduit alors à la solution $\tilde{p}(x, t) = 2A \cos(kx) \cos(\omega t)$ avec $\omega = kc$ pour $x < 0$ et $\tilde{p}(x, t) = 2A \cos(kx - \omega t)$ pour $x > 0$.

9 Conclusion

La discrétisation en petits tronçons d'un gaz compressible contenu dans un tube permet de modéliser les petites oscillations isentropiques par l'équation de D'Alembert, résultant de la linéarisation de l'équation d'état reliant la pression et la masse volumique ainsi que des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Les ondes sonores se propagent à la vitesse du son, qui dépend de la compressibilité du gaz. Ces ondes longitudinales sont non dispersives dans la mesure où les signaux se propagent sans déformation. Dans le cas d'une discontinuité de la section du tube, l'écriture de la continuité de la pression et du débit permet de déterminer les coefficients de réflexion et de transmission. Les cas limites où le rapport entre l'aire des sections est infini conduisent à des réflexions totales de l'onde incidente avec des noeuds ou des ventres à la discontinuité, suivant le cas.

FORMULAIRE

Vitesse du son

$$c^2 = \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \rho}(\rho_0, s_0). \quad (5.15)$$

Dans le cas d'un gaz parfait : $c = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}}$

Dans le cas de l'air avec $p_0 = 10^5$ Pa et $\rho_0 = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$: $c = 340 \text{ m.s}^{-1}$

Modélisation des ondes sonores

Linéarisation de la loi d'état, de la conservation de la masse et de la conservation de la quantité de mouvement autour de l'équilibre (ρ_0, p_0, s_0) pour des petites oscillations isentropiques ($s = s_0$) :

Masse volumique : $\rho(x, t) = \rho_0 + \tilde{\rho}(x, t)$

Pression : $p(x, t) = p_0 + \tilde{p}(x, t)$.

$$\tilde{p} = c^2 \tilde{\rho}, \quad \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}. \quad (5.16)$$

Équation de D'Alembert : $\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial t^2}(x, t) = c^2 \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x^2}(x, t)$.

Débit associé à une onde sonore

En notant $Y = \frac{S}{\rho_0 c}$ l'admittance et $Q(x, t) = S u(x, t)$ le débit :

- Si $\tilde{p}(x, t) = \tilde{p}_-(x - ct)$: $Q(x, t) = Y \tilde{p}_-(x - ct)$.
- Si $\tilde{p}(x, t) = \tilde{p}_+(x + ct)$: $Q(x, t) = -Y \tilde{p}_+(x + ct)$.

Réflexion et transmission par une discontinuité de section

Si S_1 est la section pour $x < 0$ et S_2 la section pour $x > 0$ la réflexion et la transmission d'une onde sonore incidente de la forme $f_I(x - ct)$ conduit, en notation $Y_1 = \frac{S_1}{\rho_0 c}$ et $Y_2 = \frac{S_2}{\rho_0 c}$ les admittances, à la solution :

- Pour $x < 0$: $\tilde{p}(x, t) = f_I(x - ct) - R f_I[-(x + ct)]$.
- Pour $x > 0$: $\tilde{p}(x, t) = T f_I(x - ct)$.

$$T = \frac{2 Y_1}{Y_1 + Y_2}, \quad R = \frac{Y_2 - Y_1}{Y_1 + Y_2} \quad \text{avec } R + T = 1. \quad (5.17)$$

Cas limites : $(R, T) = (1, 0)$ pour $S_1 \ll S_2$ et $(R, T) = (-1, 2)$ pour $S_1 \gg S_2$.

EXERCICES

EXERCICE 5.1

Réflexion et transmission d'une OPM

On s'intéresse ici à réflexion et à la transmission d'une onde progressive monochromatique (OPM) à travers une discontinuité de la section d'un tube contenant un gaz compressible.

- 1) On suppose que le gaz contenu dans le tube est un gaz parfait de pression $p_0 = 1000$ hPa et de température $T_0 = 20^\circ$ C. On suppose que sa masse molaire est $M = 29$ g.mol $^{-1}$ et on note $R = 8,31$ J.K $^{-1}$.mol $^{-1}$ la constante des gaz parfaits intervenant dans la loi d'état $p = \rho(R/M)T$. Calculer la masse volumique ρ_0 de l'air à la pression p_0 et à la température T_0 .

| On a $\rho_0 = p_0 M / (RT_0) = 1,2$ kg.m $^{-3}$.

- 2) Montrer que la vitesse du son est $c = \sqrt{\gamma(R/M)T_0}$ et calculer sa valeur.

| On a $c^2 = \gamma p_0 / \rho_0 = \gamma(R/M)T_0$, d'où $c = 342$ m.s $^{-1}$.

- 3) On note $f_I(x - ct)$ l'onde incidente et on suppose que la fluctuation de pression autour de l'équilibre est $\tilde{p}(x, t) = f_I(x - ct) - R f_I[-(x + ct)]$ pour le tube en $x < 0$ de section S_1 et $\tilde{p}(x, t) = T f_I(x - ct)$ pour le tube en $x > 0$ de section S_2 . Justifier la forme de cette solution et écrire la continuité de la pression et du débit en $x = 0$.

| Le signal réfléchi et le signal transmis ont le même forme $f_I(X)$ que l'onde incidente. La continuité de la pression s'écrit $(1 - R) f_I(-ct) = T f_I(-ct)$ et donc $T + R = 1$. La continuité du débit s'écrit $Y_1 (1 + R) f_I(-ct) = Y_2 T f_I(-ct)$, et donc $Y_1 (1 + R) = Y_2 T$, avec $Y_1 = S_1 / (\rho_0 c)$ et $Y_2 = S_2 / (\rho_0 c)$.

- 4) En déduire l'expression de R et de T en fonction des admittances Y_1 et Y_2 .

| Le système $T + R = 1$ et $Y_2 T - Y_1 R = Y_1$ conduit à $T = 2Y_1 / (Y_1 + Y_2)$ et $R = (Y_2 - Y_1) / (Y_1 + Y_2)$.

- 5) Calculer R et T dans la limite $S_1/S_2 \rightarrow 0$. En déduire l'expression de la solution dans le cas $f_I(X) = A \cos(kX)$.

| On a $R = 1$ et $T = 0$ et $\tilde{p}(x, t) = A \cos(kx - \omega t) - A \cos(kx + \omega t) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t)$ pour $x < 0$ et $\tilde{p}(x, t) = 0$ pour $x > 0$, avec $\omega = kc$.

- 6) Calculer R et T dans la limite $S_2/S_1 \rightarrow 0$. En déduire l'expression de la solution dans le cas $f_I(X) = A \cos(kX)$.

| On a $R = -1$ et $T = 2$ et $\tilde{p}(x, t) = A \cos(kx - \omega t) + A \cos(kx + \omega t) = 2A \cos(kx) \cos(\omega t)$ pour $x < 0$ et $\tilde{p}(x, t) = 2A \cos(kx - \omega t)$ pour $x > 0$, avec $\omega = kc$.

- 7) Interpréter physiquement ces deux cas limites.

| Dans le cas $S_1 \ll S_2$, l'onde sonore dans le petit tube débouche sur une grande chambre dont la pression est très peu modifiée par l'onde incidente. Le point $x = 0$ se comporte comme un noeud pour la pression car celle-ci ne varie pas. L'onde est complètement réfléchi par ce noeud. Dans le cas $S_1 \gg S_2$, l'onde sonore est complètement réfléchi par le mur que constitue l'extrémité du grand tube, le trou du petit tube étant négligeable. Le point $x = 0$ se comporte comme un ventre pour la pression. L'onde stationnaire ainsi obtenue pour $x < 0$, génère une onde sonore progressive d'amplitude $2A$ dans le petit tube : c'est l'amplitude d'oscillation de pression du ventre en $x = 0$.