

Avertissement : *Aucun document autorisé. Durée : 1h45.*

EXERCICE 0.1 **Mascaret du Mont Saint-Michel**

Lorsque le coefficient de la marée est suffisamment fort (vives-eaux), on observe, dans la baie du Mont Saint-Michel, un mascaret qui remonte la rivière du Couesnon. On modélise cette rivière par un canal sans pente à section rectangulaire de largeur $L = 50$ m considérée comme grande devant la profondeur. On suppose que $h_0 = 40$ cm et $Q_0 = 10$ m³/s sont respectivement la hauteur et le débit de cette rivière à marée basse. On prendra $g = 9.81$ m²/s pour le champ de gravité.

- 1) Calculer, à marée basse, le débit linéique $q_0 = Q_0/L$ et la vitesse U_0 . L'écoulement est-il fluvial ou torrentiel?

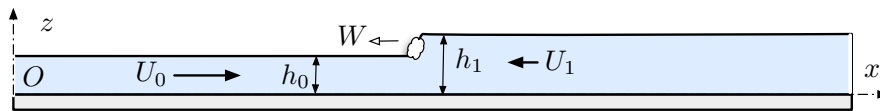


FIGURE 1 – Mascaret de grande marée remontant la rivière du Couesnon.

- 2) On note respectivement h_1 et U_1 la hauteur et la vitesse de l'écoulement à l'aval d'un mascaret qui remonte la rivière avec une vitesse W négative. Écrire les relations de saut qui relient h_0, U_0, h_1, U_1 et W . En déduire que $\mathcal{I}(q_W, h_0) = \mathcal{I}(q_W, h_1)$ où $q_W = h_0(U_0 - W)$ et $\mathcal{I}(q, h) = q^2/h + gh^2/2$ est la fonction impulsion.
- 3) Avec un chronomètre, on mesure la vitesse de propagation $W = -2.5$ m/s. En déduire, à l'aide de l'abaque de la figure 2, la hauteur h_1 et la vitesse U_1 de l'écoulement de marée haute situé à droite du mascaret.

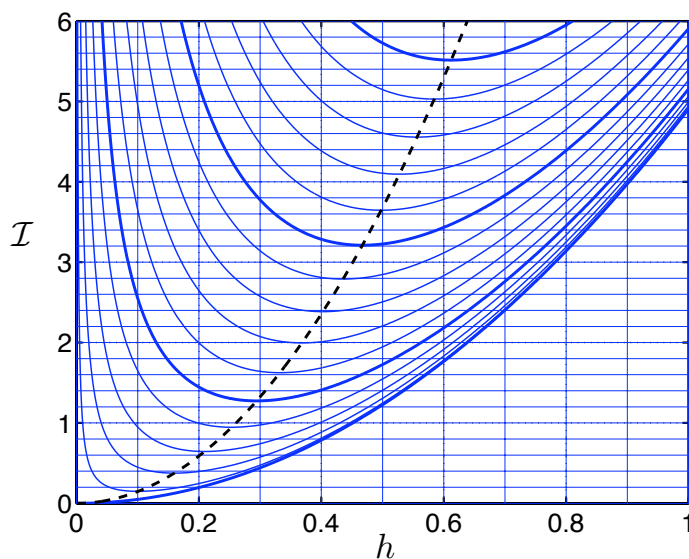


FIGURE 2 – Fonction impulsion $\mathcal{I}(q, h)$. Unités de h en m. Intervalle entre les iso- q de 0.1 m²/s.

PROBLÈME 0.2 Ressauts hydrauliques dans un canal

On considère un canal vitré, de largeur $L = 25$ cm, compris entre deux vannes situées en $x = 0$ et $x = d$ avec $d = 12$ m. Le canal possède une légère pente I qui permet d'éviter que l'eau ne stagne après une vidange complète. On note Q le débit d'eau circulant dans le canal dans le sens des x positifs et l'on suppose que le régime de la pompe qui l'alimente est réglé pour obtenir un débit Q pouvant aller jusqu'à environ $Q_{max} = 30$ l s⁻¹. On suppose que la hauteur h et la vitesse moyenne U dans le canal obéissent aux équations de Saint Venant

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(hU) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g' \frac{\partial h}{\partial x} = gI - \frac{1}{2} C_f \frac{U|U|}{h} \quad \text{avec} \quad C_f = \frac{2g}{K_s^2 h^{1/3}}, \quad (1)$$

où g est la gravité, $I = \sin \gamma$ la pente, $g' = g \cos \gamma$ et K_s est le nombre de Strickler supposé constant dans le canal. On note $q = Uh$ le débit linéique. On pourra approximer g' par g et prendre $g = 10$ m s⁻² pour simplifier les calculs.

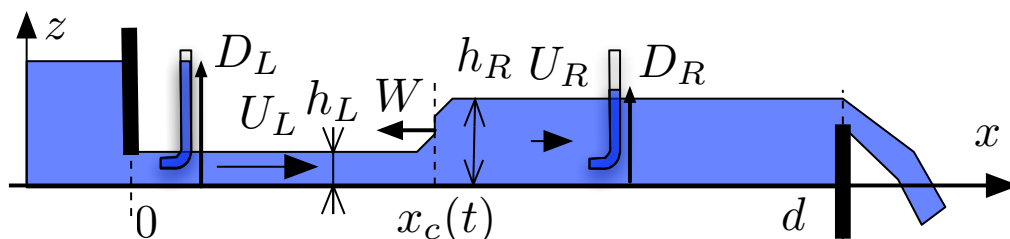


FIGURE 3 – Ressaut instationnaire observé dans un canal vitré.

En actionnant les vannes amont et aval, on suppose que l'on est capable de générer un ressaut stationnaire ou instationnaire en un point respectivement fixe $x_c \in]0, d[$ ou mobile $x_c(t) \in]0, d[$ (figure 3) du canal vitré. On note h_L et h_R les hauteurs d'eau respectivement mesurées à gauche et à droite du ressaut et l'on suppose $h_R > h_L$. On note $U_L \geq 0$ et $U_R \geq 0$ les vitesses de la couche fluide respectivement à gauche et à droite du ressaut et $W = \dot{x}_c(t)$ la vitesse du ressaut lorsqu'il est mobile. Des tubes de Pitot, petits tuyaux ouverts dont une extrémité fait face à l'écoulement (figure 3), permettent de mesurer les hauteurs D_L et D_R et donc la perte de charge singulière $\Delta H = D_L - D_R$ à travers le ressaut.

Caractéristiques sans pente ni frottement

Dans un premier temps, on néglige la pente et le frottement.

- 1) Écrire les relations de saut traduisant la conservation de la masse et de la quantité de mouvement à travers le ressaut.
- 2) Montrer que dans le cas particulier $W = 0$, on a $\mathcal{I}(q, h_L) = \mathcal{I}(q, h_R)$ où \mathcal{I} est la fonction impulsion $\mathcal{I}(q, h) = q^2/h + gh^2/2$.
- 3) On mesure $h_L = 5$ cm et $h_R = 10$ cm pour un ressaut immobile. En déduire le débit Q en l/s et les vitesses U_L et U_R en m/s. On pourra se servir de la figure 4.
- 4) Tracer, dans le plan (x, t) , les caractéristiques des équations de Saint Venant de part et d'autre de ce choc immobile. Indiquer dans un tableau les valeurs numériques des inverses des pentes (en m/s) de chacune des familles des caractéristiques dessinées.
- 5) Dans le cas où $W \neq 0$, on définit $q_W = h(U - W)$. Montrer que l'on a $\mathcal{I}(q_W, h_L) = \mathcal{I}(q_W, h_R)$.

- 6) On baisse complètement la vanne aval et on observe, après un transitoire, un écoulement stationnaire de hauteur $h_L = 10$ cm à sa gauche. On ferme alors brusquement la vanne et on observe un ressaut mobile de vitesse W négative tel que $h_R = 17$ cm. En déduire les valeurs de q_W , puis de W et enfin de q .
- 7) Tracer, dans le plan (x, t) , les caractéristiques des équations de Saint Venant de part et d'autre de ce choc mobile. Indiquer dans un tableau les valeurs numériques des inverses des pentes (en m/s) de chacune des familles des caractéristiques dessinées.

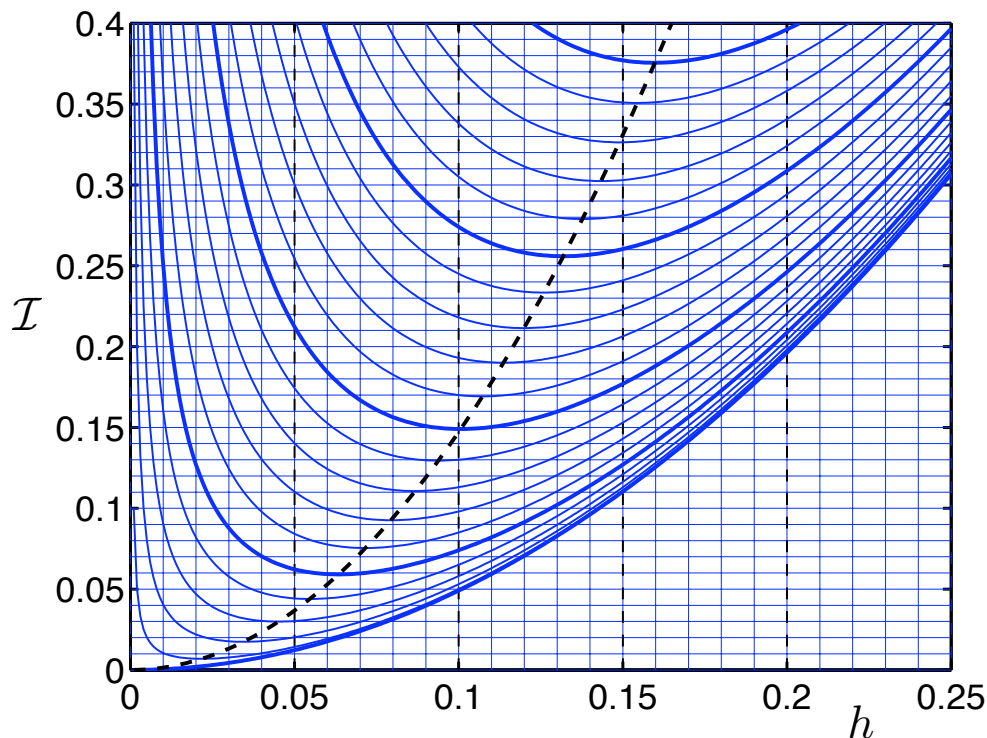


FIGURE 4 – Tracé de la fonction $\mathcal{I}(q, h) = q^2/h + gh^2/2$ (en $m^3 s^{-2}$) en fonction de h (en m) pour q variable par pas de $.01 m^2 s^{-1}$.

Mise en mouvement d'un ressaut immobile

On suppose que l'on est en présence d'un ressaut immobile situé en $x_c = 6$ m tel que $Q = 15$ l/s et $h_L = 5$ cm.

- 8) Déterminer graphiquement h_R .
- 9) A $t = 0$, on abaisse la vanne aval pour faire passer brusquement la hauteur d'eau de la valeur h_R à la valeur $h_f = 8$ cm. Calculer le temps T au bout duquel le ressaut devient mobile en négligeant les termes de pente et de frottement.
- 10) Dessiner schématiquement dans ce cas les caractéristiques dans un plan (x, t) pour $t \leq T$.
- 11) Calculer la vitesse U_f à gauche de la vanne aval dans les premiers instants qui suivent l'abaissement de la vanne.

Perte de charge pour un ressaut stationnaire

On s'intéresse ici à la famille des ressauts stationnaires ($W = 0$) obtenus pour des débits et des réglages de vannes différents. On mesure alors sa position $x = x_c$, les hauteurs h_L et h_R ainsi que la perte de charge $\Delta H = D_L - D_R$ à l'aide de tubes de Pitot (voir figure 3).

- 12) En utilisant les abaques graphiques de la figure 6, indiquer les valeurs manquantes du tableau 1, pour $i = 1, 2, \dots, 20$.

Expérience :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q (l/s)	7.5	7.5	7.5	10	1071013	2018
q ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)	.03	.03	.03	.04	.048111416	.08
x_c (m)	1.5	2	5	2.5	4	7.5	0	3	6	11.5
h_L (cm)	1.5	2	335	4	315	5	7
h_R (cm)	10.31	6.5	11.86	7.2	19.4	16.21719
\mathcal{I} ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$)	.061	.04724	.067912	.168	.1420

TABLE 1 – Tableau "ressauts stationnaires" à compléter avec les valeurs i pour $i = 1, 2, \dots, 20$.

- 13) On définit la hauteur critique par la relation $h_c = q^{2/3} g^{-1/3}$. À partir des abaques de la figure 6, compléter les valeurs de h_c dans le tableau 2.
- 14) On mesure la charge hydraulique avant et après le ressaut à partir de la hauteur du fluide dans des tubes de Pitot. Indiquer les hauteurs D_L et D_R mesurées dans le tableau 2.

Expérience :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h_c (cm)	4.5	8.7
D_L (cm)	21.9	39.2
D_R (cm)	10.8	20.3
ΔH (cm)	11.1	19
h_L (cm)	1.5	2	335	4	315	5	7
h_R (cm)	10.31	6.5	11.86	7.2	19.4	16.21719
$\frac{(h_R - h_L)^3}{4h_R h_L}$ (cm)	11.0	18.9

TABLE 2 – Tableau "perte de charge des ressauts stationnaires" à compléter.

- 15) En déduire les pertes de charge ΔH pour les dix expériences du tableau 2.
- 16) Vérifier, pour les dix cas du tableau, que la formule $\Delta H = (h_R - h_L)^3 / (4h_R h_L)$ est bien vérifiée.

Position du ressaut stationnaire dans le canal

On s'intéresse ici aux profils stationnaires $h(x)$ et $U(x)$, solutions de l'équation (1), de part et d'autre du ressaut stationnaire. On suppose que $U \geq 0$ dans tout le canal.

- 17) Justifier que le débit linéique $q = U h$ est constant. Exprimer le nombre de Froude $Fr(x) = U(x) / \sqrt{g h(x)}$ sous la forme $Fr = P(h/h_c)$ où $P(H)$ est une fonction que l'on explicitera.
- 18) Montrer que $h(x)$ est solution de l'équation $\frac{dh}{dx} = -J / (1 - Fr^2)$ avec $J = q^2 K_s^{-2} h^{-\alpha_1}$ où α_1 est un coefficient que l'on précisera.

- 19) En déduire que $\frac{dh}{dx} = \mathcal{F}(h)$ avec $\mathcal{F}(h)/h_c = A F(h/h_c)$ où $F(H) = H^{-10/3}/(H^{-3} - 1)$ et $A = q^{-8/9} K_s^{\alpha_2} g^{\alpha_3}$ où α_2 et α_3 sont des constantes que l'on précisera.
- 20) Tracer schématiquement le graphe de la fonction $F(H)$. En déduire l'existence de courbes de remous $h(x)$ croissantes avec x , que l'on appellera "courbes de type H_3 ", ainsi que des "courbes de type H_2 " décroissantes. Tracer schématiquement l'allure des courbes de remous H_3 et H_2 sur un même graphe.
- 21) Montrer que les solutions de l'équation $H'(X) = F[H(X)]$ vérifient l'équation implicite $G[H(X)] = X - X_0$ où X_0 est une constante et $G(H) = \frac{3}{4} H^{\alpha_4} - \frac{3}{13} H^{\alpha_5}$ où α_4 et α_5 sont des constantes que l'on précisera.
- 22) Tracer schématiquement le graphe de la fonction $X = G(H)$ dans le demi-plan (X, H) pour $X \in [-2, 1]$ et $H \in [0, 2]$.
- 23) Montrer que les solutions stationnaires sont de la forme $h(x) = h_c H[A(x - x_0)]$ où $H(X)$ est une solution de l'équation différentielle $H'(X) = F[H(X)]$. En déduire un tracé plus précis des courbes de remous de types H_3 et H_2 .
- 24) La figure 5 représente des courbes $h(x)$ solutions de l'équation $G[h(x)/h_c] = A(x - x_0)$, d'une part pour $h(0) = h_0 = 3$ cm, d'autre part pour $h(d) = h_d$ variable avec $h_d \geq h_c$, le débit étant fixé à $q = 0.08 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. À partir de ces tracés, donner les valeurs des positions x_c du ressaut pour les expériences 7, 8, 9 et 10 ainsi que la valeur de la hauteur $h(d)$ au-dessus de la vanne aval. Tracer l'allure de la ligne d'eau de part et d'autre du ressaut stationnaire. On négligera les perturbations des courbes de remous dues à la forme de cette vanne.

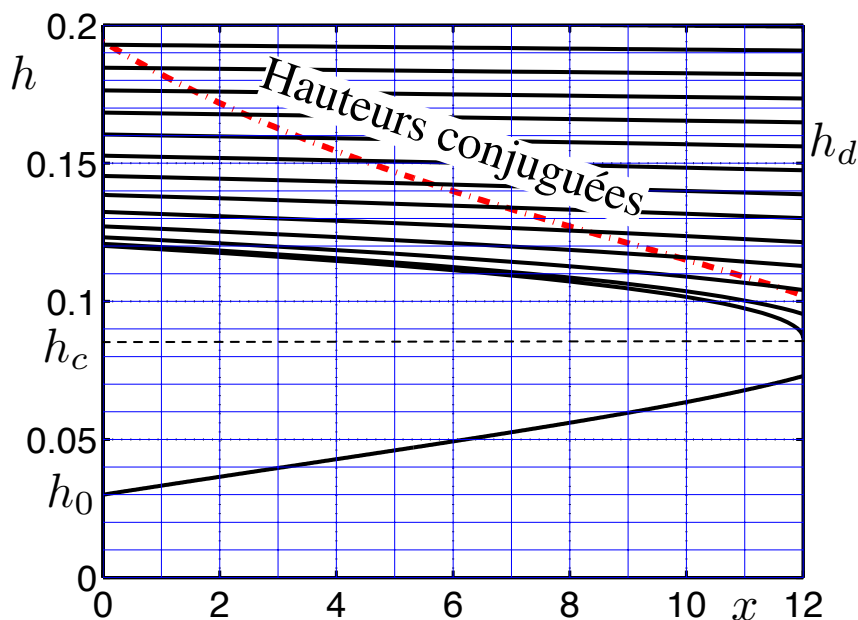


FIGURE 5 – Solutions de $G[h(x)/h_c] = A(x - x_0)$ pour $q = 0.08 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $K_s = 100 \text{ m}^{1/3} \cdot \text{s}^{-1}$ dans un canal de longueur $d = 12 \text{ m}$. Courbe telle que $h(0) = h_0 = 3$ cm ainsi que la courbe de ses hauteurs conjuguées pour l'impulsion. Courbes telles que $h(d) = h_d$ avec $h_d \geq h_c$ et $h_c = 8.7$ cm.

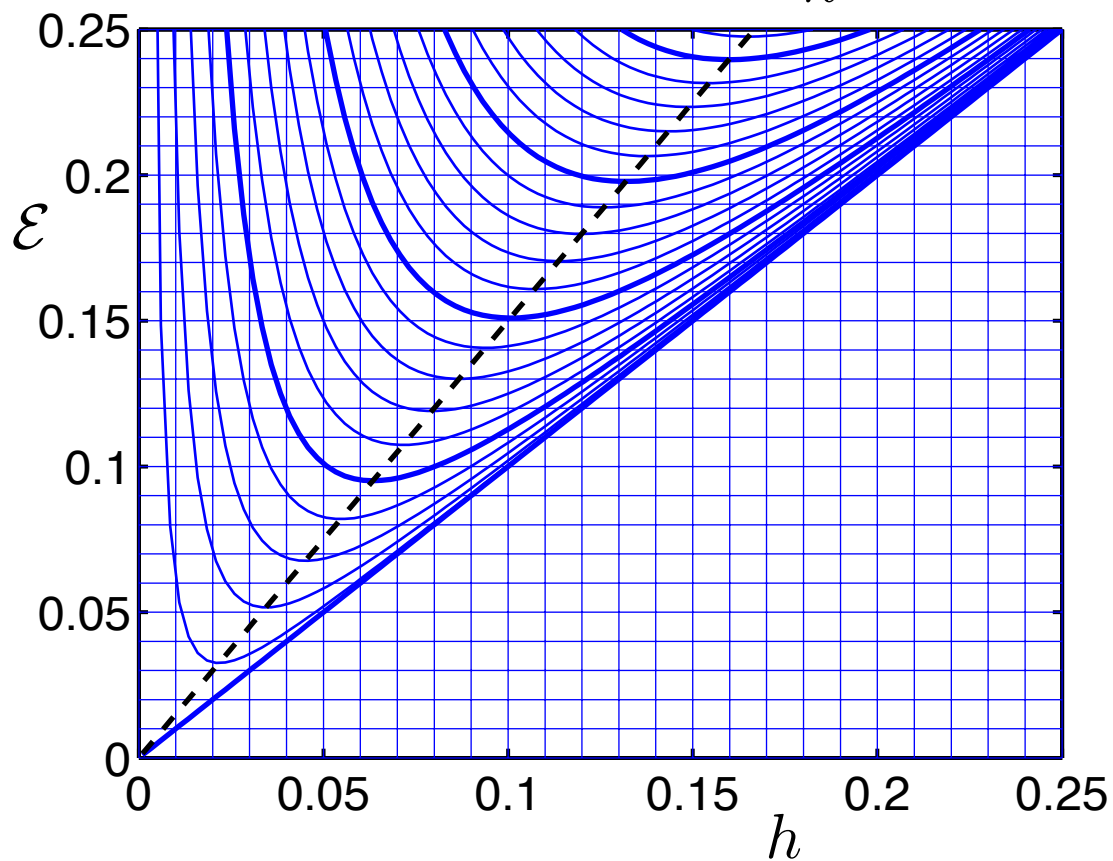
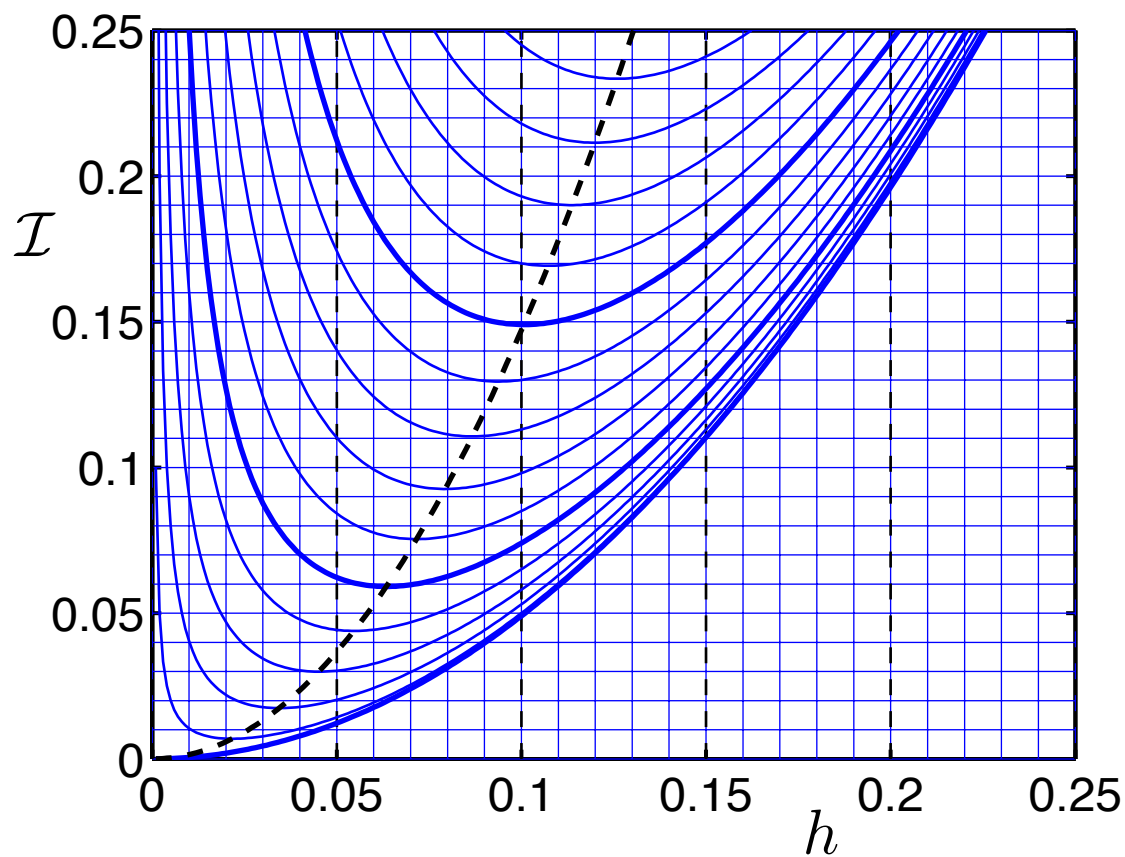


FIGURE 6 – Tracé en fonction de h (en m), pour q variable par pas de $.01 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, des fonctions :
 a) $\mathcal{I}(q, h) = q^2/h + gh^2/2$ (en $\text{m}^3 \text{ s}^{-2}$) et b) $\mathcal{E}(q, h) = h + q^2/(2gh^2)$ (en m).

Corrigé 0.1 Ressauts hydrauliques dans un canal

Caractéristiques sans pente ni frottement

1) Les relations de saut pour un ressaut sur fond plat sont $h_L(U_L - W) = h_R(U_R - W)$ et $h_L U_L(U_L - W) + \frac{1}{2}g h_L^2 = h_R U_R(U_R - W) + \frac{1}{2}g h_R^2$. **2)** Dans le cas $W = 0$, on a $q = h_L U_L = h_R U_R$. En reportant $U_L = q/h_L$ et $U_R = q/h_R$ dans la deuxième relation de saut, on obtient $\mathcal{I}(q, h_L) = \mathcal{I}(q, h_R)$. **3)** La courbe iso- q pour laquelle les hauteurs $h_L = 5$ cm et $h_R = 10$ cm sont conjuguées correspond à $q = .06$ m²/s. On en déduit $Q = q L = 15$ l/s, $U_L = q/h_L = 1.2$ m/s et $U_R = q/h_R = 0.6$ m/s. **4)** Comme $c_L = \sqrt{g h_L} = 0.7$ m/s et $c_R = \sqrt{g h_R} = 1$ m/s, on a $U_L + c_L = 1.9$ m/s, $U_L - c_L = 0.5$ m/s, $U_R + c_R = 1.6$ m/s et $U_R - c_R = -0.4$ m/s. Le tracé des caractéristiques et de la trajectoire du choc dans le plan (x, t) est représenté sur la figure 7a). **5)** La deuxième relation de saut peut se mettre sous la forme $h_L(U_L - W)^2 + h_L W(U_L - W) + \frac{1}{2}g h_L^2 = h_R(U_R - W)^2 + h_R W(U_R - W) + \frac{1}{2}g h_R^2$. Comme $q_W = h_L(U_L - W) = h_R(U_R - W)$, on a $h_L(U_L - W)^2 + \frac{1}{2}g h_L^2 = h_R(U_R - W)^2 + \frac{1}{2}g h_R^2$. En utilisant $(U_R - W) = q_W/h_R$ et $(U_L - W) = q_W/h_L$ on obtient $\mathcal{I}(q_W, h_L) = \mathcal{I}(q_W, h_R)$. **6)** La courbe iso- q_W pour laquelle les hauteurs $h_L = 10$ cm et $h_R = 17$ cm sont conjuguées correspond à $q_W = .15$ m²/s. Comme $U_R = 0$, on a $q_W = -h_R W$ d'où $W = -q_W/h_r = -0.9$ m/s. Comme $q = h_L U_L$, on peut écrire $q_W = h_L(U_L - W) = q - h_L W$ et donc $q = q_W + h_L W = 0.06$ m²/s. **7)** On calcule $U_L = q/h_L = 0.6$ m/s et on a $U_R = 0$ m/s. Comme $c_L = \sqrt{g h_L} = 1$ m/s et $c_R = \sqrt{g h_R} = 1.3$ m/s, on a $U_L + c_L = 1.6$ m/s, $U_L - c_L = -0.4$ m/s, $U_R + c_R = 1.3$ m/s et $U_R - c_R = -1.3$ m/s. Le tracé des caractéristiques et de la trajectoire du choc dans le plan (x, t) est représenté sur la figure 7b).

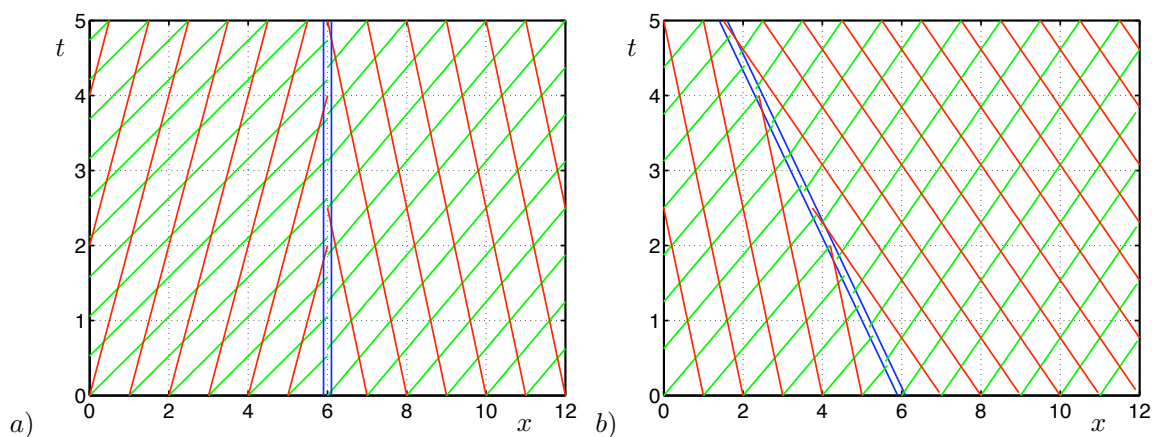
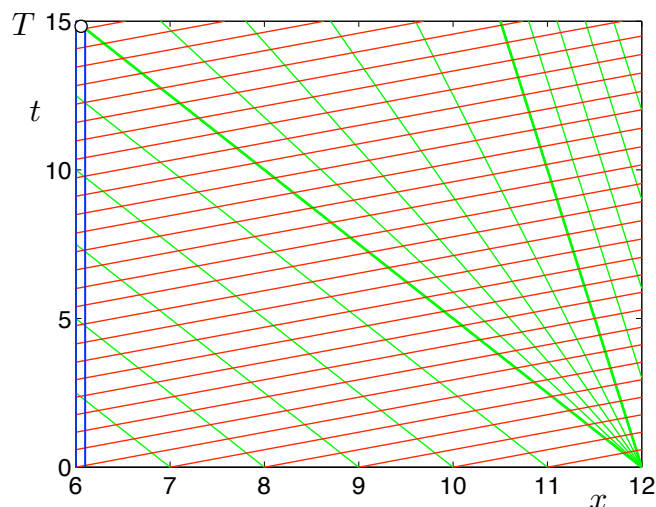


FIGURE 7 – Courbes caractéristiques autour du choc a) immobile ou b) mobile.

Mise en mouvement d'un ressaut immobile

8) Comme $q = Q/L = 0.06$ m²/s, on lit $h_R = 10$ cm sur le graphique. **9)** Comme $U_R = q/h_R = 0.6$ m/s et $c_R = \sqrt{g h_R} = 1$ m/s, l'information sur le mouvement de la vanne se propage à la vitesse $U_R - c_R = -0.4$ m/s en ce qui concerne l'amont. Elle parcourt donc la distance $d - x_c = 6$ m en $T = (d - x_c)/|U_R - c_R| = 15$ s. **10)** Le tracé des caractéristiques dans le plan (x, t) pour $t \leq T$ est représenté sur la figure 7. **11)** En utilisant l'invariance de $J_1 = U + 2c$ le long d'une caractéristique C_1 reliant l'axe des x à $t = 0$ à l'axe des t à $x = d$, on obtient que $U_R + 2c_R = U_f + 2c_f$ et donc $U_f = U_R + 2(c_R - c_f)$ avec $c_f = \sqrt{g h_f} = 0.9$ m/s. On a donc $U_f = 0.8$ m/s.

FIGURE 8 – Onde de détente centrée qui atteint le choc au bout du temps T .

Perte de charge pour un ressaut stationnaire

12) La détermination graphique de h_R en fonction de h_L est présentée sur la figure 10a en utilisant la relation $\mathcal{I}(q, h_L) = \mathcal{I}(q, h_R)$. Les valeurs manquantes du tableau 1 sont indiquées dans le tableau 3 en utilisant également la relation $Q = qL$.

Expérience :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q (l/s)	7.5	7.5	7.5	10	10	10	20	20	20	20
q ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)	.03	.03	.03	.04	.04	.04	.08	.08	.08	.08
x_c (m)	1.5	2	5	2.5	4	7.5	0	3	6	11.5
h_L (cm)	1.5	2	3	2	2.5	4	3	4	5	7
h_R (cm)	10.3	8.6	6.5	11.8	10.2	7.2	19.4	16.2	13.9	10.6
\mathcal{I} ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$)	.061	.047	.034	.082	.067	.048	.22	.168	.14	.115

TABLE 3 – Tableau "ressauts stationnaires" complété par les valeurs manquantes.

13) Les valeurs de h_c se lisent sur la figure 10 en notant le minimum des courbes iso- q , en trait gras pour les valeurs de q considérées. Les valeurs manquantes de h_c dans le tableau 2 sont indiquées dans le tableau 4. **14)** Comme la vitesse est nulle dans le tube, la conservation de la charge entraîne que $D_L = \mathcal{E}(q, h_L)$ et $D_R = \mathcal{E}(q, h_R)$. Ces valeurs se lisent sur la figure 10b. Les valeurs manquantes de D_L et D_R du tableau 2 sont indiquées dans le tableau 4. **15)** La perte de charge est $\Delta H = D_L - D_R$. Les valeurs manquantes de ΔH du tableau 2 sont indiquées dans le tableau 4. **16)** Le tracé de ΔH en fonction de $h_R - h_c$ est présenté sur la figure ??a. La perte de charge est bien une fonction décroissante de $h_R - h_c$ et s'annule pour $h_R = h_c$.

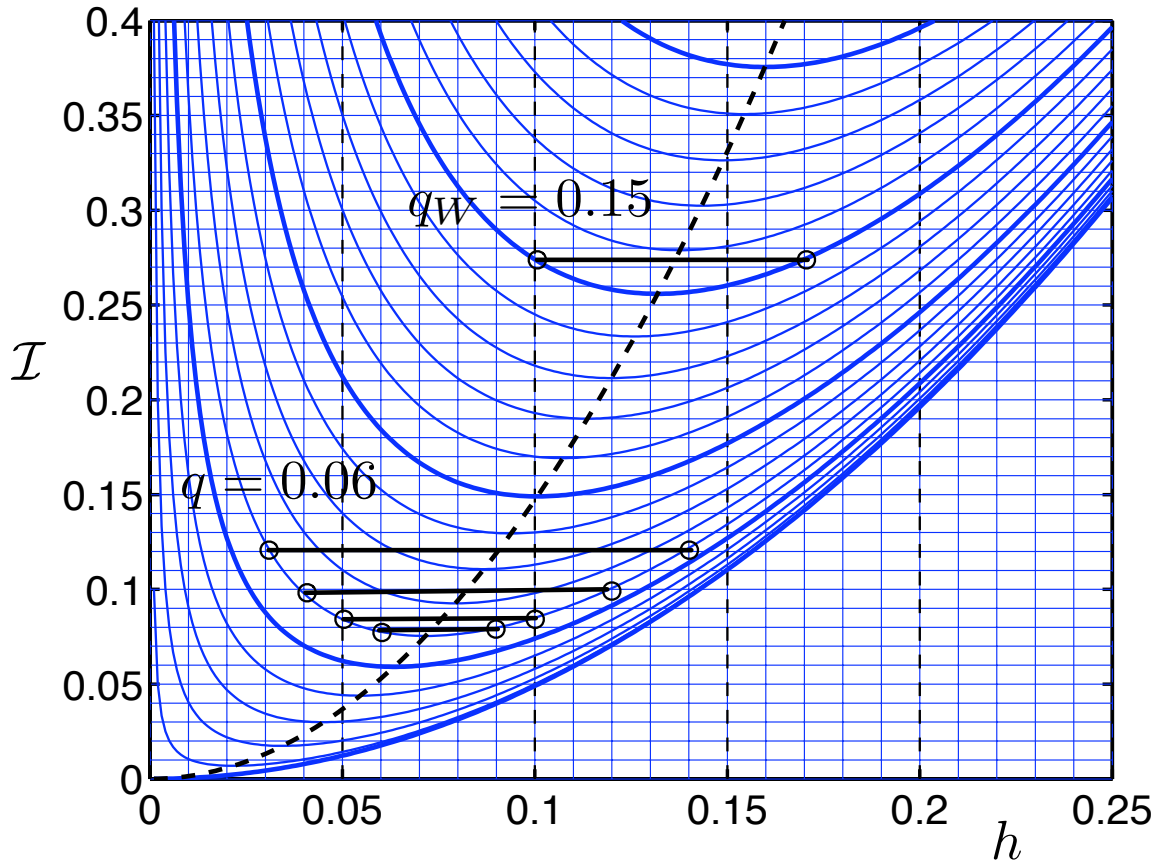


FIGURE 9 – Hauteurs conjuguées (h_L, h_R) pour $q = 0.06 \text{ m}^2/\text{s}$: (3 cm, 14 cm), (4 cm, 12 cm), (5 cm, 10 cm), (6 cm, 9 cm). Hauteurs conjuguées (h_L, h_R) pour $q_w = 0.15 \text{ m}^2/\text{s}$: (10 cm, 17 cm).

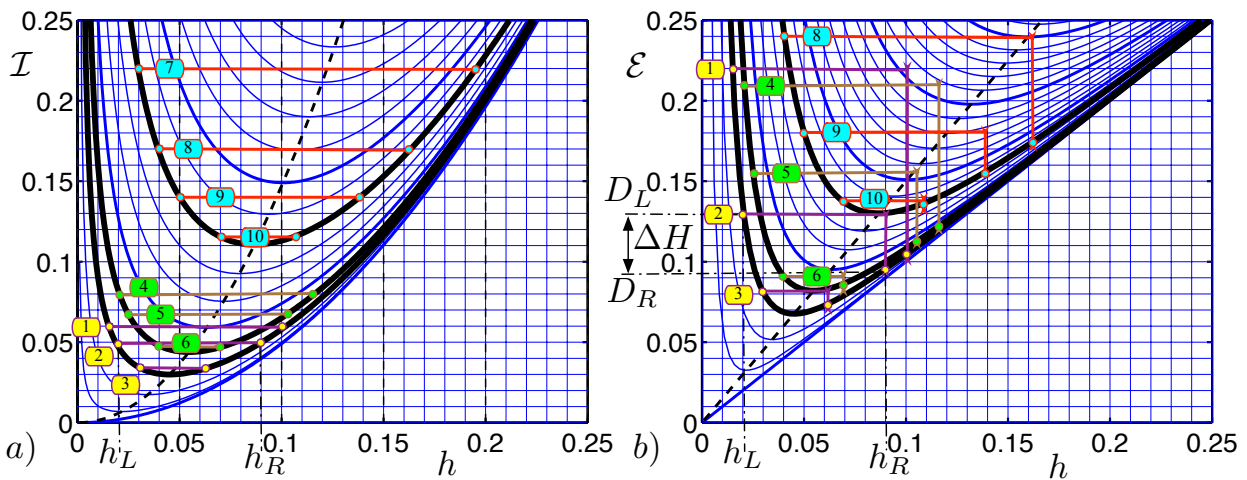


FIGURE 10 – Impulsion $\mathcal{I}(q, h)$ et énergie spécifique $\mathcal{E}(q, h)$ pour $q \in \{.03, .04, .08\} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. a) Détermination graphique des valeurs de h_R à partir de h_L . b) Détermination graphique de la perte de charge $\Delta H = D_L - D_R$.

Expérience :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h_c (cm)	4.5	4.5	4.5	5.5	5.5	5.5	8.7	8.7	8.7	8.7
D_L (cm)	21.9	13.5	8.1	22.4	15.5	9.1	39.2	24.4	18	13.7
D_R (cm)	10.8	9.3	7.6	12.4	11	8.8	20.3	17.4	15.6	13.6
ΔH (cm)	11.1	4.2	0.5	10.0	4.5	0.3	19	7	2.5	0.2
h_L (cm)	1.5	2	3	2	2.5	4	3	4	5	7
h_R (cm)	10.3	8.6	6.5	11.8	10.2	7.2	19.4	16.2	13.9	10.6
$\frac{(h_R - h_L)^3}{4h_R h_L}$ (cm)	11.0	4.2	0.55	10.0	4.5	0.28	18.9	7.0	2.5	0.16

TABLE 4 – Tableau "perte de charge des ressauts stationnaire" complété.

Position du ressaut stationnaire dans le canal

17) Comme les profils sont stationnaires, l'équation (1) entraîne que $q = U h$ est constant. En utilisant $q = U h$, on obtient $Fr = (h/h_c)^{-3/2}$ et l'on a donc $P(H) = H^{-3/2}$. **18)** Comme les profils sont stationnaires et que $U \geq 0$, l'équation (1) entraîne $U \frac{dU}{dx} + g \frac{dh}{dx} = -gU^2/(K_s^2 h^{4/3})$. En éliminant $U = q/h$, on obtient $(-q^2/h^3 + g) \frac{dh}{dx} = -gq^2/(K_s^2 h^{10/3})$ ce que l'on peut écrire sous la forme $\frac{dh}{dx} = -J/(1 - Fr^2)$ avec $J = q^2 K_s^{-2} h^{-10/3}$. On a donc $\alpha_1 = 10/3$. **19)** On a donc $\frac{dh}{dx} = -q^2 K_s^{-2} h^{-10/3} / [1 - (h/h_c)^{-3}] = h_c A F(h/h_c)$ avec $A = q^2 K_s^{-2} h_c^{-13/3}$. En utilisant la définition $h_c = q^{2/3} g^{-1/3}$ de la hauteur critique, on en déduit $A = q^{-8/9} K_s^{-2} g^{13/9}$. On a donc $\alpha_2 = -2$ et $\alpha_3 = 13/9$. **20)** Le graphe de la fonction $F(H)$ est présenté sur la figure 11. Si $h(x_0) < h_c$, la fonction $\mathcal{F}(h)$ est positive et donc $h(x)$ est croissante (courbe H_3). Si $h(x_0) > h_c$, la fonction $\mathcal{F}(h)$ est négative et donc $h(x)$ est décroissante (courbe H_2). Ces deux types de courbes atteignent la valeur h_c au bout d'une distance finie avec une pente $\frac{dh}{dx}$ infinie. L'allure de ces courbes est donnée sur la figure 11b. **21)** L'équation différentielle ordinaire $\frac{dH}{dX}/F(H) = 1$ s'écrit $(H^{1/3} - H^{10/3}) \frac{dH}{dX} = 1$ et s'intègre en $G(H) = X - X_0$ avec $G(H) = \frac{3}{4} H^{4/3} - \frac{3}{13} H^{13/3}$. On a donc $\alpha_4 = 4/3$ et $\alpha_5 = 13/3$. **22)** Le tracé du graphe de $G(H)$ est représenté sur la figure 11b. **23)** Les courbes de remous sont de la forme $h(x)/h_c = H[A(x - x_0)]$ où $H(X)$ est solution de l'équation implicite $X = G(H)$. Leur allure est donc donnée par la figure 11b. **24)** Les tracés des lignes d'eau des expériences 7 à 10, en représentant le ressaut par une discontinuité, sont présentés sur la figure 12. On peut lire $x_c \in \{0, 3, 6, 11.5\}$ m et $h(d) \in \{19, 16.2, 14, 10.5\}$ respectivement.

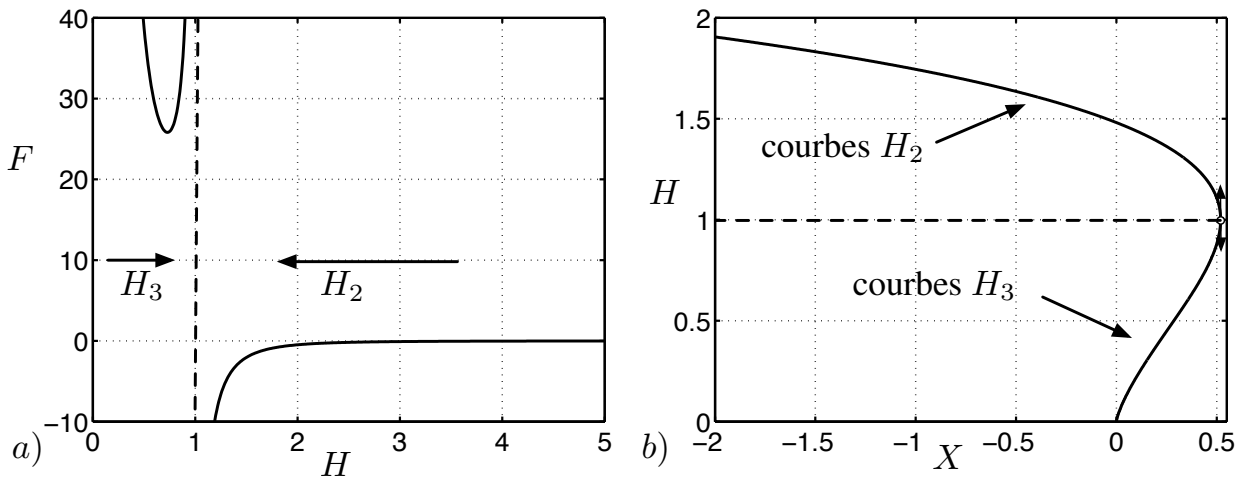


FIGURE 11 – a) Tracé de $F(H)$ en fonction de H . b) Graphe (X, H) de la fonction $X = G(H)$.

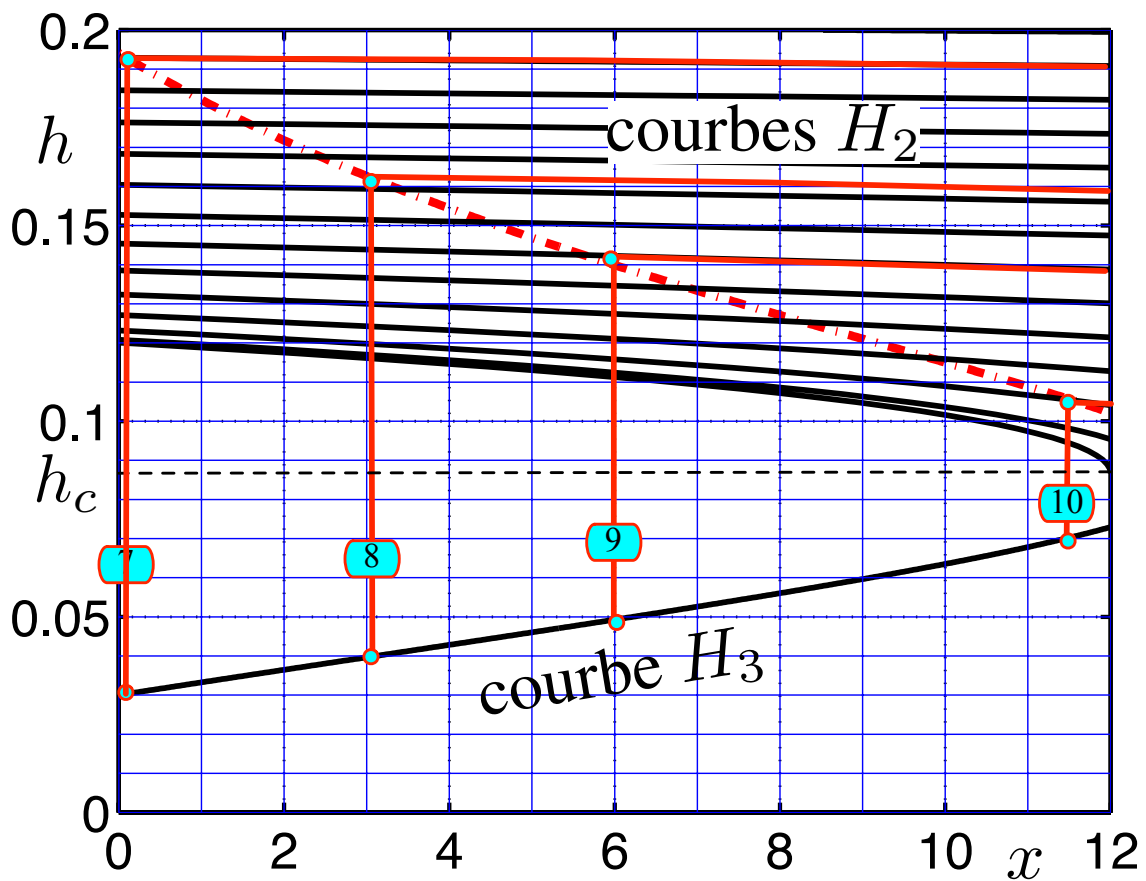


FIGURE 12 – Lignes d'eau avec $h(d)$ variable avec $q = 0.08 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $h(0) = 3 \text{ cm}$ et $h(d) \geq h_c$. Les ressauts sont schématisés par une discontinuité.