

Chapitre 7

Ouvertures

O. Thual, 15 février 2021

Sommaire

1	Orifices et déversoirs	2
1.1	Débit à travers des orifices	2
1.2	Débit à travers des déversoirs	4
1.3	Maquette orifices et ajutages	5
2	Courbes caractéristiques	6
2.1	Courbe caractéristique d'un réseau en charge	6
2.2	Courbe caractéristique d'une pompe	7
2.3	Point de fonctionnement	7

Introduction

Les concepts d'hydraulique fondamentale abordés dans les chapitres précédents ouvrent vers de nombreux approfondissements qui font la richesse de l'hydraulique appliquée. On peut citer tous les écoulements en géométries complexes comme les vannes ou les turbines. Ce chapitre donne un aperçu de cette science descriptive, à commencer par les orifices et les déversoirs. Le théorème de Bernoulli, qui exprime la conservation de la charge hydraulique en l'absence de pertes de charge, permet de calculer le débit théorique à travers un orifice ou un déversoir en fonction de la hauteur de la surface libre d'un réservoir de grande dimension. La prise en compte des pertes de charge et du rétrécissement du jet nécessitent l'ajout d'un coefficient correcteur qui réduit d'environ 40% ce débit théorique. Un autre exemple d'approfondissement est donné par la détermination du point de fonctionnement d'un réseau hydraulique en charge ou à surface libre alimenté par une pompe, à l'aide des courbes caractéristiques. Plusieurs notions de ce chapitre sont illustrées à l'aide de la maquette "orifices et ajutages" conçue à cet effet.

1 Orifices et déversoirs

1.1 Débit à travers des orifices

On cherche à déterminer le débit à travers un orifice simple de section A , percé dans la paroi mince d'un réservoir à surface libre rempli d'un grand volume d'eau. L'orifice est situé à une profondeur h que l'on suppose grande devant ses dimensions. On considère le point M_1 , située à la cote Z_1 de la surface libre et le point M_2 , située à la sortie du jet de vitesse moyenne V (figure 7.1).

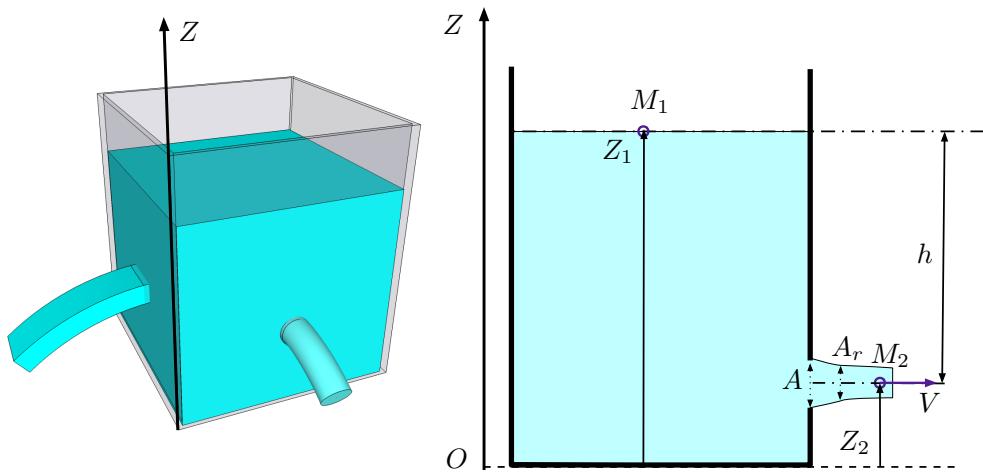


FIGURE 7.1 – Débit à travers un orifice simple.

On définit la vitesse théorique V_{theo} par les hypothèses suivantes :

- On néglige les pertes de charge entre M_1 et M_2 ;
- On néglige la vitesse du fluide en M_1 ;
- La pression en M_2 est égale à la pression atmosphérique P_a ;
- La vitesse V_{theo} est constante dans la section du jet.

La conservation de la charge hydraulique entre les points M_1 et M_2 s'écrit

$$H = \frac{P_a}{\rho g} + Z_1 = \frac{P_a}{\rho g} + Z_2 + \frac{V_{theo}^2}{2g}. \quad (7.1)$$

On en déduit la relation de Toricelli pour la vitesse théorique V_{theo} et l'expression du débit théorique Q_{theo} :

$$V_{theo} = \sqrt{2gh} \quad \text{et} \quad Q_{theo} = A V_{theo} = A \sqrt{2gh}. \quad (7.2)$$

Les mesures expérimentales montrent que ce résultat doit être corrigé par des constantes de réduction. Une première correction, prenant en compte les pertes de charge à l'entrée de l'orifice, permet d'exprimer la vitesse réelle V à partir de la vitesse théorique V_{theo} à l'aide de la relation $V = C_v V_{theo}$ où $C_v \sim 0,98$. Une deuxième correction provient de la contraction de l'aire du jet A_{contra} (figure 7.2) par rapport à l'aire A de l'orifice, à l'aide de la relation $A_{contra} = C_a A$ où $C_a \sim 0,60$. Au bout du compte, le débit réel à travers un orifice mince est de la forme

$$Q = \mu A \sqrt{2gh} \quad \text{avec} \quad \mu = C_a C_v = 0,59. \quad (7.3)$$



FIGURE 7.2 – Visualisation de la contraction du jet à la sortie d'un orifice.

Cette formule est valable pour d'autres formes d'orifices avec des coefficients μ différents. Dans le cas d'un orifice à paroi moulée (figures 7.3a), ce coefficient est égal à $\mu = 0,96$. Dans le cas d'un orifice circulaire avec ajutage sortant, c'est-à-dire prolongé par un tuyau sortant de longueur égale au double ou au triple du diamètre, on a $\mu = 0,82$. En effet, le coefficient $K = 0,5$ qui modélise la perte de charge singulière à l'entrée du tuyau, induit une perte de charge $h_s = KV^2/(2g)$ avec $K = 0,5$ (voir Figure ??), si bien que la comparaison des charges entre les points M_1 et M_2 s'écrit maintenant $h - h_s = V^2/(2g)$. On en déduit que $V = C_v \sqrt{2gh}$ avec $C_v = 1/\sqrt{1,5} = 0,82$. Comme $A_{contra} = A$ en raison de la forme du tuyau, on en déduit $\mu = C_v = 0,82$.

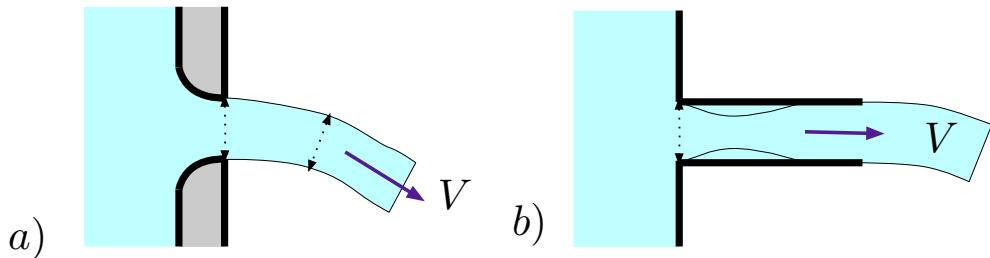


FIGURE 7.3 – a) Orifice à paroi moulée. b) Orifice avec ajutage sortant.

1.2 Débit à travers des déversoirs

On cherche à déterminer le débit à travers un déversoir de section rectangulaire (figure 7.4a) ou triangulaire (figure 7.4c), appelé “seuil en V”. On suppose que l'épaisseur de la paroi est petite devant le tirant d'eau H_t (figure 7.4b) : on dit alors que le seuil est à paroi mince. On note L la largeur du déversoir mesurée sur la surface libre.

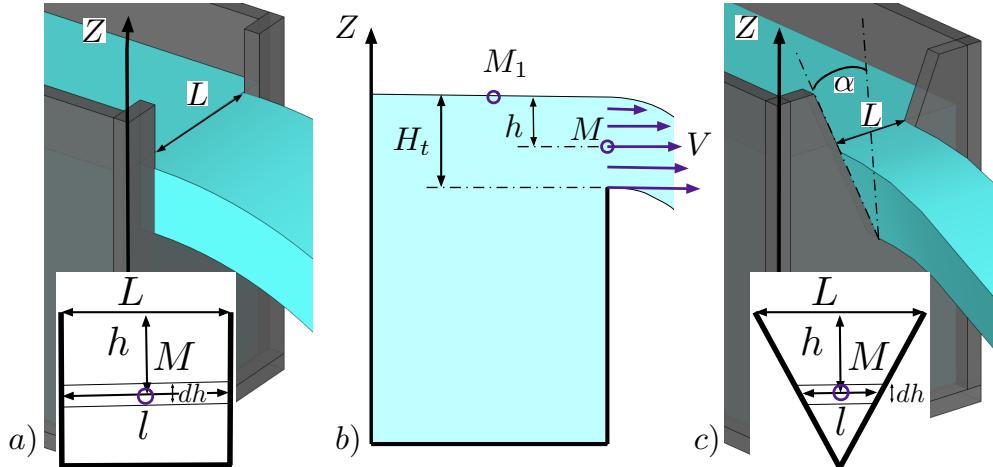


FIGURE 7.4 – Débit à travers un déversoir rectangulaire ou en V.

On considère un point M_1 situé sur la surface libre et les points M situés au-dessus du seuil à des profondeurs h variant de 0 à H_t . Le débit théorique à travers le déversoir peut être calculé en considérant un empilement de petits orifices de largeurs l , de hauteur dh et donc d'aire $dA = l dh$, centrés en plusieurs points M . Dans le cas d'un seuil rectangulaire, on a $l = L$ tandis que l'on a $l(h) = L(H_t - h)/H_t$ dans le cas d'un seuil en V.

Le débit théorique à travers un petit orifice est $dQ_{theo} = \sqrt{2g}h dA$. En intégrant entre $h = 0$ et $h = H_t$ on calcule alors le débit théorique total $Q_{theo} = \int_0^{H_t} dQ_{theo} = \int_0^{H_t} l(h)\sqrt{2g}h dh$ qui vaut $Q_{theo} = \frac{2}{3} L\sqrt{2g} H_t^{3/2}$ dans cas du seuil rectangulaire et $Q_{theo} = \frac{4}{15} L\sqrt{2g} H_t^{3/2}$ dans cas du seuil en V. Pour obtenir le débit réel $Q = \mu Q_{theo}$, il faut introduire un coefficient μ qui ne peut être déterminé qu'expérimentalement.

Dans le cas d'un seuil rectangulaire à paroi mince de largeur L , le débit Q_{rect} est donc relié au tirant d'eau H_t par la formule

$$Q_{rect} = \mu_{rect} L \sqrt{2g} H_t^{3/2} \quad \text{avec} \quad \mu_{rect} = 0,415. \quad (7.4)$$

Dans le cas d'un seuil en V, il est plus pratique d'utiliser le demi-angle α du sommet du triangle dont la tangente est égale à $\tan \alpha = L/(2 H_t)$. Le débit Q_{tria} est donc relié au tirant d'eau H_t par la formule

$$Q_{tria} = \mu_{tria} \frac{8}{15} \tan \alpha \sqrt{2g} H_t^{5/2} \quad \text{avec} \quad \mu_{tria} = 0,58. \quad (7.5)$$

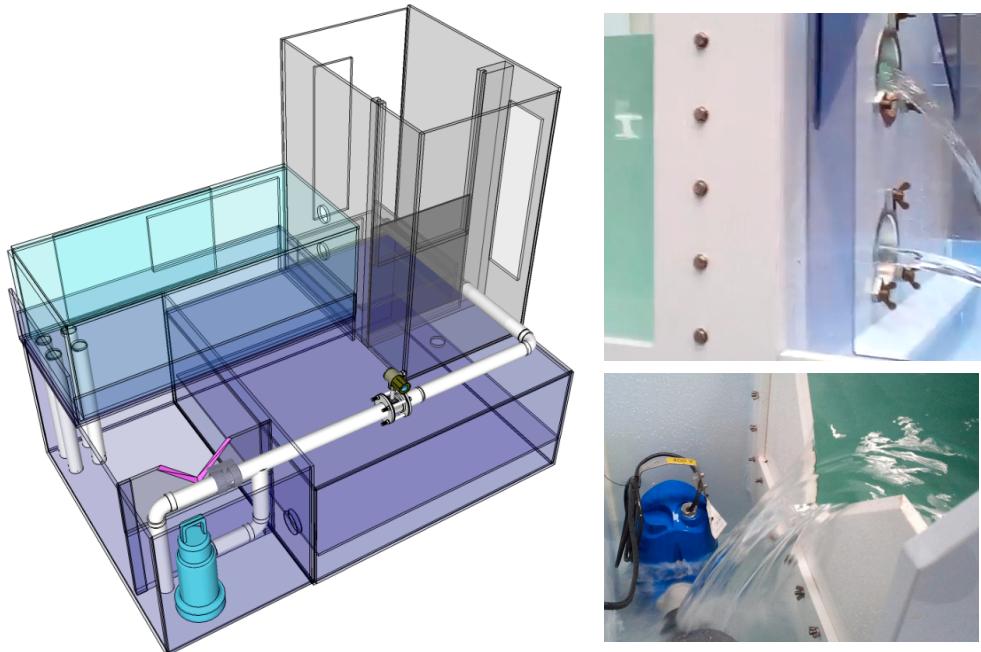


FIGURE 7.5 – Maquette orifices et ajutages.

1.3 Maquette orifices et ajutages

Dans le but d'illustrer la détermination expérimentale des coefficients μ intervenant dans les expressions des débits à travers des orifices et des déversoirs, deux maquettes hydrauliques ont été fabriquées pour des travaux pratiques à Toulouse et à Grenoble (voir [?]). De dimensions ($X = 2\text{m}$, $Y = 3\text{m}$, $Z = 3\text{m}$) environ, le système fonctionne en circuit fermé avec environ 4 m^3 d'eau circulant à un débit pouvant atteindre environ $16 \text{ l/s} \sim 60 \text{ m}^3/\text{h}$ (figure 7.5).

Trois types de seuils en V, avec $\tan \alpha \in \{1, 1/2, 1/4\}$, ont été étalonnés ($\mu_{tria} \sim 0, 6$) de manière à déterminer le débit à travers des orifices et ajutages de sections et de formes différentes (figure 7.6). Cette mesure est préférable à celle du débitmètre qui met en évidence des variations de débit de l'ordre de 5%, ce qui est naturel en présence d'une pompe proche de la cavitation.

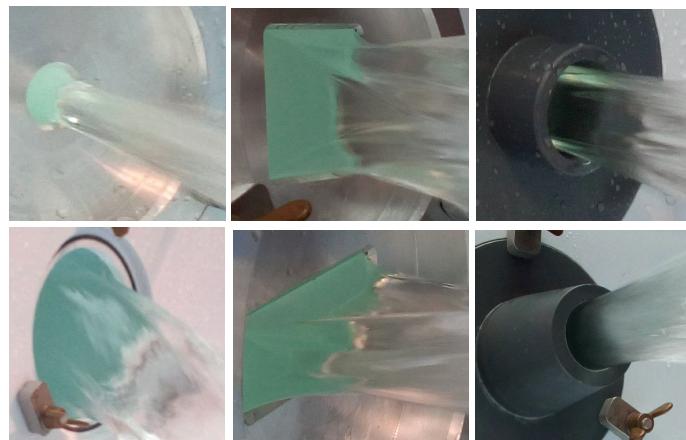


FIGURE 7.6 – Exemples d'orifices et ajutages de formes diverses.

2 Courbes caractéristiques

2.1 Courbe caractéristique d'un réseau en charge

On s'intéresse ici à un réseau hydraulique que l'on souhaite alimenter à l'aide d'une pompe. On note M_e le point d'entrée du réseau (et donc de sortie de la pompe), de charge hydraulique H_e , et M_s le point de sortie du réseau (et donc d'entrée de la pompe), de charge hydraulique H_s . On note $\Delta H_{reso} = H_e - H_s$ la différence de charge du réseau.

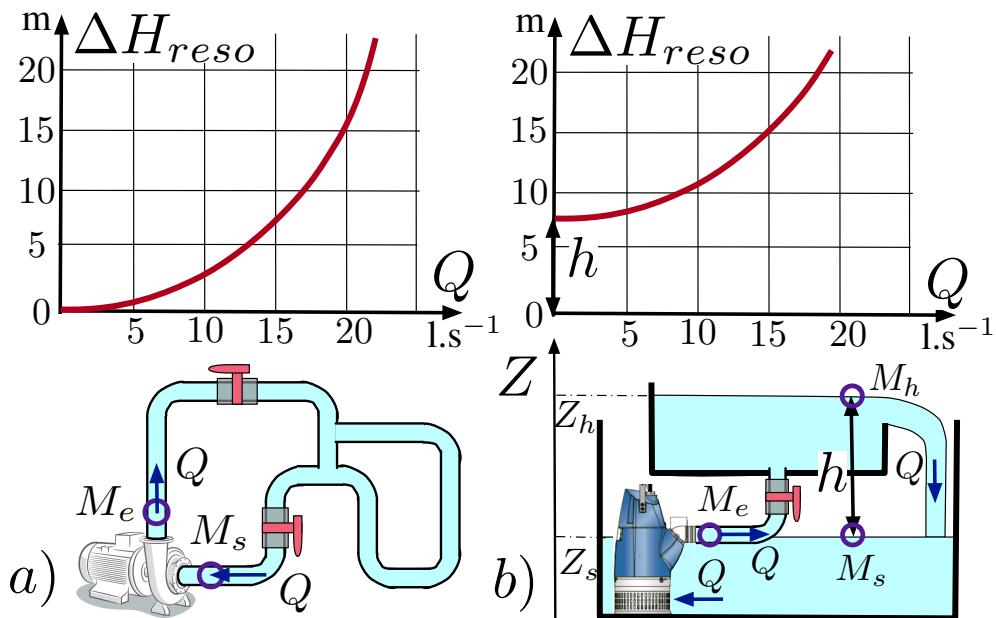


FIGURE 7.7 – Courbe caractéristique $\Delta H_{reso}(Q)$ d'un réseau hydraulique aux bornes d'une pompe. a) Réseau en charge. b) Réseau avec surface libre.

Si le réseau est partout en charge (figure 7.7a), on a $\Delta H_{reso} = h_f + h_s$ où h_f désigne la perte de charge due aux pertes de charge linéaires et h_s les pertes de charge singulières. Les formules du chapitre 4 montrent que la courbe caractéristique $\Delta H_{reso}(Q)$, qui relie ces pertes de charge au débit Q , est une fonction croissante qui ressemble à une parabole (figure 7.7a).

Si le réseau comporte une surface libre située à une hauteur h au-dessus de la pompe, on note M_h un point de cette surface, de coordonnée verticale Z_h . Pour simplifier, on suppose que M_s est un point d'une surface libre de coordonnée verticale $Z_s = Z_h - h$ (figure 7.7b). Les charges hydrauliques des points M_h et M_s sont donc respectivement $H_h = \frac{P_a}{\rho g} + Z_h$ et $H_s = \frac{P_a}{\rho g} + Z_s$ où P_a est la pression atmosphérique. On écrit alors que $\Delta H_{reso} = H_e - H_s = (H_e - H_h) + (H_h - H_s)$ où $H_e - H_h = h_f + h_s$ est la somme des pertes de charge linéaires et singulières de la partie en charge du réseau et $H_h - H_s = Z_h - Z_s = h$. La courbe caractéristique $\Delta H_{reso}(Q) = h_f + h_s + h$ a donc la forme d'une parabole translatée d'une hauteur h (figure 7.7b).

2.2 Courbe caractéristique d'une pompe

La courbe caractéristique $\Delta H_{pomp}(Q) = H_e - H_s$ d'une pompe est la fonction qui exprime la charge fournie par la pompe en fonction du débit qui la traverse. À titre d'exemple, la courbe caractéristique de la pompe utilisée pour la maquette “orifices et ajutages” est reproduite sur la figure 7.8.

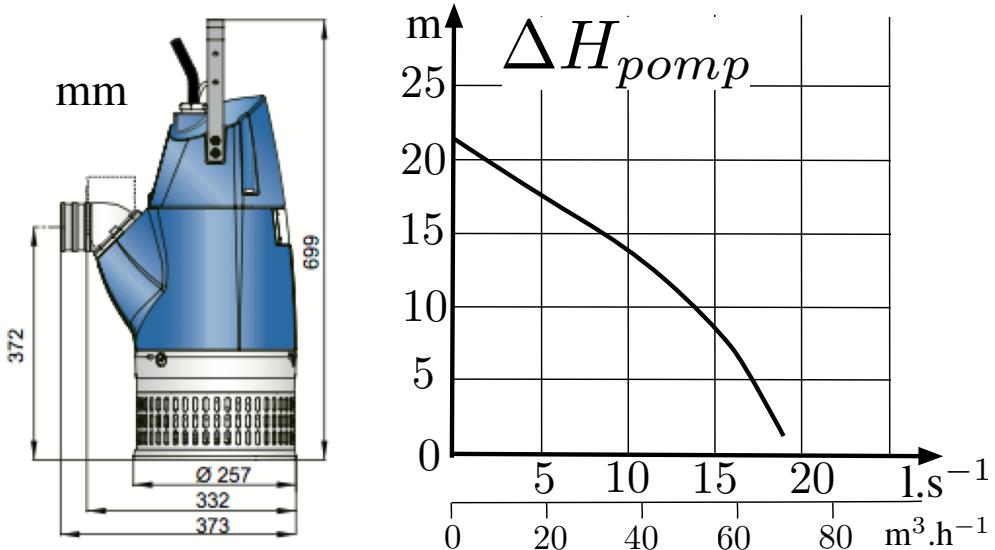


FIGURE 7.8 – Courbe caractéristique $\Delta H_{pomp}(Q)$ de la pompe immergée utilisée pour la maquette “orifices et ajutages”.

La valeur $\Delta H_{pomp}(0)$, appelée “hauteur de fermeture”, est la hauteur d'eau que serait capable de maintenir la pompe, à débit nul, pour un réseau hydraulique comportant une surface libre (figure 7.7b). Lorsque le débit n'est pas nul, la charge délivrée diminue à cause des pertes de charge générées par la pompe. Lorsque le débit est trop grand, presque toute l'énergie fournie par le moteur est dissipée sous forme de pertes de charge internes à la pompe. Un tel régime n'est possible que si le réseau alimenté par la pompe génère nécessite un apport de charge très réduit. Le calcul du débit à travers un réseau alimenté par une pompe est abordé dans le paragraphe suivant.

2.3 Point de fonctionnement

On considère un réseau hydraulique de courbe caractéristique $\Delta H_{reso}(Q)$ (par exemple celle de la figure 7.7b) alimenté par une pompe de courbe caractéristique $\Delta H_{pomp}(Q)$ (par exemple celle de la figure 7.8). Dans la mesure où l'on a $H_e - H_s = \Delta H_{pomp} = \Delta H_{reso}$, le régime stationnaire est obtenu pour le débit de fonctionnement Q_f vérifiant l'équation

$$\Delta H_{pomp}(Q_f) = \Delta H_{reso}(Q_f). \quad (7.6)$$

Dans le plan $(Q, \Delta H)$, l'intersection $(Q_f, \Delta H_f)$ des courbes caractéristiques $\Delta H_{pomp}(Q)$ et $\Delta H_{reso}(Q)$ est appelée “point de fonctionnement” (figure 7.9).

Le système hydraulique des maquettes “orifices et ajutages” offre un exemple intéressant de calcul de point de fonctionnement (figure 7.10) dans la mesure

où l'on peut faire varier l'altitude Z_h de la surface libre supérieure et les pertes de charge singulières en réglant l'ouverture de différentes vannes.

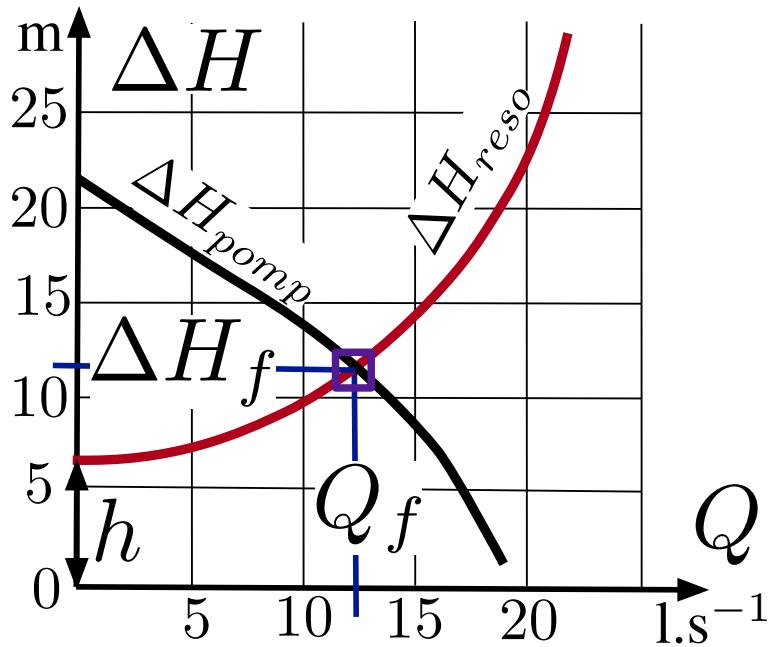


FIGURE 7.9 – Détermination du point de fonctionnement $(Q_f, \Delta H_f)$ à l'intersection des courbes caractéristiques de la pompe et du réseau hydraulique qu'elle alimente.

FORMULAIRE

Débit à travers un orifice avec ou sans ajutage

Le débit Q à travers un orifice d'aire A situé à une profondeur h dans un réservoir à surface libre s'écrit

$$Q = \mu A \sqrt{2gh} ,$$

où μ dépend de la forme de l'orifice ou de l'ajutage : $\mu = 0,59$ pour un orifice mince, $\mu = 0,96$ pour un orifice moulé, $\mu = 0,82$ avec ajutage sortant et droit, etc.

Débit à travers un déversoir rectangulaire

Le débit Q à travers un déversoir rectangulaire à paroi mince de largeur L et de tirant d'eau H_t est donné par la formule

$$Q_{rect} = \mu_{rect} L \sqrt{2g} H_t^{3/2} \quad \text{avec} \quad \mu_{rect} = 0,415 .$$

Débit à travers un seuil en V

Le débit Q à travers un seuil en V à paroi mince de demi-angle au sommet α et de tirant d'eau H_t est donné par la formule

$$Q_{trian} = \mu_{tria} \frac{8}{15} \tan \alpha \sqrt{2g} H_t^{5/2} \quad \text{avec} \quad \mu_{tria} = 0,58 .$$

Point de fonctionnement

La courbe caractéristique $\Delta H_{reso}(Q)$ d'un réseau hydraulique avec ou sans surface libre est une fonction croissante du débit Q . La courbe caractéristique $\Delta H_{pomp}(Q)$ d'une pompe est une fonction décroissante de Q . Le point de fonctionnement $(Q_f, \Delta H_f)$ est obtenu à l'intersection des deux courbes caractéristiques

$$\Delta H_f = \Delta H_{pomp}(Q_f) = \Delta H_{reso}(Q_f) .$$

EXERCICES

EXERCICE 7.1 Maquette orifices et ajutages

On considère le réseau hydraulique schématisé sur la figure 7.10 et on suppose que la courbe caractéristique de la pompe est donnée par la courbe de la figure 7.8.

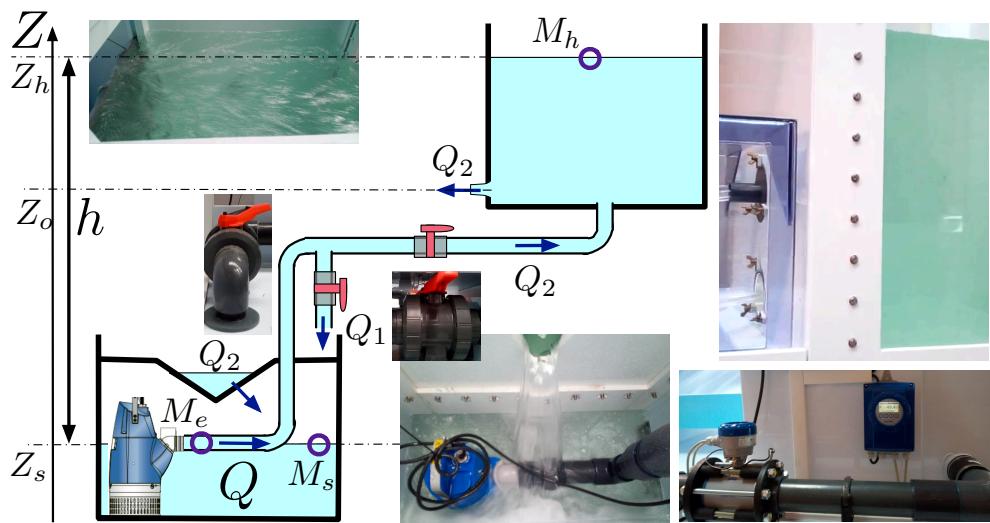


FIGURE 7.10 – Description schématique du réseau hydraulique de la maquette “orifices et ajutages” alimentée par une pompe immergée.

- 1) On suppose que les pertes de charge linéaires et singulières dans la partie du réseau parcourue par le débit Q_1 sont de la forme $\alpha_1 Q_1^2$ et qu'elles

sont de la forme $\alpha_2 Q_2^2$ dans la partie du réseau parcourue par le débit Q_2 . Justifier cette modélisation.

- 2) On suppose que l'orifice de la cuve supérieure est situé à la coordonnée verticale Z_o telle que $Z_o - Z_s = 1$ m. Pour un orifice simple de diamètre $D = 8,2$ cm, on observe que la cote de la surface libre Z_h est telle que $h = Z_h - Z_s = 2$ m. En déduire le débit Q_2 à travers l'orifice.
- 3) Dans le cas où $Q_2 = 14$ l/s, calculer le tirant d'eau H_t au-dessus de la pointe d'un seuil en V de demi-angle au sommet $\alpha = \pi/4$.
- 4) Montrer que l'on peut approximer la courbe caractéristique de la pompe par la fonction $\Delta H_{pomp}(Q) = H_p [1 - (Q/Q_m)^2]$ avec $H_p = 20$ m et $Q_m = 20$ l/s.
- 5) On ferme la vanne du by-pass de sorte que $Q_1 = 0$ et on observe que $Q_2 = 14$ l/s avec $h = 2$ m. En déduire le coefficient α_2 . Préciser son unité. Calculer la charge délivrée par la pompe.
- 6) On souhaite maintenant obtenir un débit $Q_2 = 10$ l/s avec $h = 2$ m en ouvrant partiellement la vanne du by-pass ($Q_1 > 0$), c'est-à-dire en réglant son coefficient de perte de charge singulière. Quelle doit être alors la valeur de α_1 . Calculer le débit total Q et la charge délivrée par la pompe.

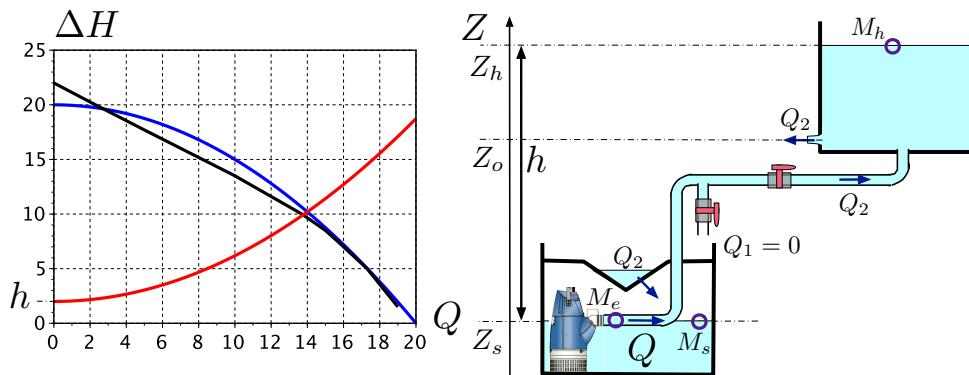


FIGURE 7.11 – Courbe caractéristique de la pompe (noire) et de son approximation (bleue). Courbe caractéristique du réseau (rouge) dans le cas $Q_1 = 0$.

Corrigé 7.1 Maquette orifices et ajutages

- 1) Les pertes de charge singulières sont de la forme $K V^2/g$ et sont donc bien proportionnelles au carré du débit. En supposant les écoulements rugueux, le coefficient de frottement f ne dépend pas de la vitesse et la formule de Darcy-Weisbach conduit à une perte de charge linéaire proportionnelle au carré de la vitesse et donc au carré du débit. 2) Comme l'orifice est situé à une profondeur $h_o = Z_h - Z_o = 1$ m, on a $Q_2 = \mu A \sqrt{2g h_o}$ avec $\mu = 0,59$ est $A = \pi D^2/4$, ce qui conduit à $Q_2 = 14$ l/s. 3) Comme $Q_2 = \mu_{tria} \frac{8}{15} \tan \alpha \sqrt{2g} H_t^{5/2}$ avec $\mu_{tria} = 0,58$, on en déduit : $H_t = [15 Q_2 / (8 \mu_{tria} \sqrt{2g})]^{2/5} = 16$ cm. 4) La figure 7.11 montre que la formule proposée est une approximation raisonnable. 5) Comme $\Delta H_{pomp}(Q_2) = H_p [1 - (Q_2/Q_m)^2]$ et $\Delta H_{reso}(Q_2) = h + \alpha_2 Q_2^2$, le point de fonctionnement est obtenu en résolvant $\Delta H_{pomp}(Q_2) = \Delta H_{reso}(Q_2)$ ce qui conduit à l'équation $H_p [1 - (Q_2/Q_m)^2] = h + \alpha_2 Q_2^2$. On en déduit

$\alpha_2 = (H_p - h)/Q_2^2 - H_p/Q_m^2 = 4.2 \cdot 10^4 \text{ m}^{-5} \cdot \text{s}^2$. La charge délivrée par la pompe est $\Delta H_{pomp}(Q_2) = 10.2 \text{ m}$. **6)** La charge $\Delta H_{pomp}(Q)$ délivrée par la pompe est égale à $h + \alpha_2 Q_2^2$ ainsi qu'à $\alpha_1 Q_1^2$ avec $Q = Q_1 + Q_2$. On en déduit $H_p [1 - (Q/Q_m)^2] = h + \alpha_2 Q_2^2$ ce qui entraîne $Q = Q_m \sqrt{1 - (h + \alpha_2 Q_2^2)/H_p} = 16,6 \text{ l/s}$ et donc $\Delta H_{pomp}(Q) = H_p [1 - (Q/Q_m)^2] = 6,2 \text{ m}$. Comme $\Delta H_{pomp}(Q) = \alpha_1 Q_1^2$ avec $Q_1 = Q - Q_2 = 6,6 \text{ l/s}$, on en déduit $\alpha_1 = 14 \cdot 10^4 \text{ m}^{-5} \cdot \text{s}^2$.

NOTATIONS

A	Aire d'une section (m^2)
dA	Petit élément d'aire (m^2)
A	Aire contractée (m^2)
C_a	Coefficient correctif de contraction d'aire ()
C_v	Coefficient correctif de perte de charge ()
D	Diamètre (m)
f	Coefficient de frottement ()
g	Gravité (m.s^{-2})
H	Charge hydraulique (m)
H_t	Tirant d'eau du déversoir (m)
h_f	Perte de charge dans une conduite (m)
h_s	Perte de charge singulière (m)
h	hauteur (m)
ΔH_{reso}	Différence de charge aux bornes d'un réseau (m)
ΔH_{pomp}	Charge fournie par la pompe (m)
ΔH_f	Charge fournie au point de fonctionnement (m)
K	Coefficient de perte de charge singulière ()
L	Largeur d'un déversoir (m)
l	Largeur (m)
M	Point de l'espace ()
M_1	Point de l'espace ()
M_2	Point de l'espace ()
P	Pression (Pa)
P_a	Pression atmosphérique (Pa)
Q	Débit ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)
Q_{theo}	Débit théorique ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)
dQ_{theo}	Petit élément de débit théorique ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)
Q_{rect}	Débit à travers un déversoir rectangulaire ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)
Q_{trian}	Débit à travers un déversoir triangulaire ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)
Q_f	Débit du point de fonctionnement ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)
\tan	Fonction tangente ()
V	Vitesse moyenne (m.s^{-1})
V_{theo}	Vitesse théorique (m.s^{-1})
Z	Coordonnée verticale (m)
α	Demi-angle au sommet d'un seuil en V ()
μ	Coefficient correctif pour l'expression du débit ()
μ_{rect}	Coefficient correctif pour un seuil rectangulaire ()
μ_{tria}	Coefficient correctif pour un seuil en V ()
ρ	Masse volumique de l'eau (kg.m^{-3})