

Chapitre 4

Hydraulique en charge

O. Thual, 12 juin 2021

Sommaire

1	Transition vers la turbulence	2
1.1	Pertes de charge dans les conduites en charge . . .	2
1.2	Écoulements laminaires ou turbulents	3
1.3	Nombre de Reynolds critique	4
2	Calcul des pertes de charge	5
2.1	Formule de Colebrook	5
2.2	Formules explicites du coefficient de frottement . . .	7
3	Pertes de charge singulières	8
3.1	Coefficient de perte de charge singulière	8
3.2	Longueur équivalente	10

Introduction

La plupart des écoulements en charge sont contenus dans les conduites circulaires, ce qui explique que seul ce cas, facilement généralisable, est abordé ici. Lorsque le débit est petit, l'écoulement est laminaire et le profil de vitesse est parabolique. Les pertes de charge sont alors proportionnelles à la vitesse, comme dans un milieu poreux, et le coefficient de frottement est inversement proportionnel au nombre de Reynolds. Lorsque ce nombre de Reynolds dépasse une valeur critique, l'écoulement devient turbulent, ce qui se traduit par une augmentation du coefficient de frottement, comme on peut le voir sur le diagramme de Moody. La formule implicite de Colebrook, qui rend compte des valeurs expérimentales de ce diagramme, peut être approximée par des formules donnant explicitement la valeur du coefficient de frottement. Les pertes de charge à travers des variations brusques rencontrées dans l'écoulement, comme par exemple des élargissements brusques, des coudes ou des vannes, sont décrites à l'aide de coefficients de pertes de charge singulières. Ces singularités peuvent être représentées par une conduite dont la "longueur équivalente" génère les mêmes pertes de charge.

1 Transition vers la turbulence

1.1 Pertes de charge dans les conduites en charge

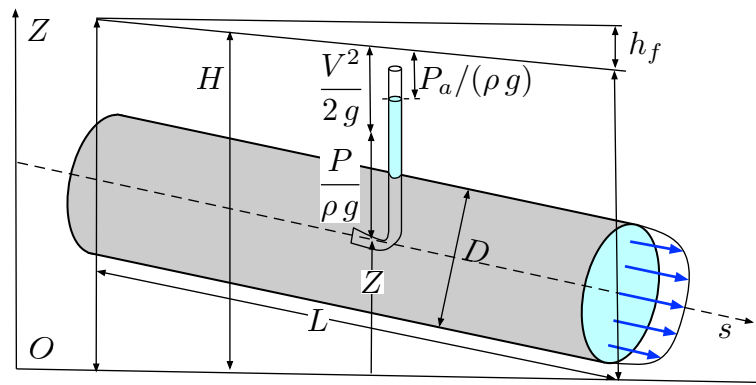


FIGURE 4.1 – Perte de charge h_f dans une conduite circulaire de longueur L .

La charge hydraulique des écoulements en charge (voir chapitre 2), est définie par la relation

$$H = Z + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g}, \quad (4.1)$$

où Z est la cote verticale de l'axe de la conduite, P la pression sur cet axe et V la vitesse moyenne dans la section. On peut visualiser la charge hydraulique comme étant la cote de la surface libre d'un tube de Pitot (figure 4.1) augmenté de $P_a/(\rho g)$ où P_a est la pression atmosphérique.

Les frottements sur la paroi d'une conduite de longueur L engendrent une

perte de charge h_f et l'on définit la "pente de frottement" par la relation

$$S_f = -\frac{dH}{ds} = \frac{h_f}{L}. \quad (4.2)$$

La relation de Darcy-Weisbach (chapitre 3) relie cette pente de frottement à la vitesse V et au diamètre hydraulique D_H , par

$$S_f = f(r, Re) \frac{V^2}{2g D_H} \quad (4.3)$$

où le coefficient de frottement f dépend de la rugosité $r = \epsilon/D_H$ et du nombre de Reynolds $Re = V D_H/\nu$, avec ϵ la rugosité absolue (voir table au chapitre 3) et ν la viscosité cinématique.

Dans la suite de ce chapitre, on se place dans le cas des conduites circulaires, ce qui entraîne que $D_H = D$ où D est le diamètre de la section.

1.2 Écoulements laminaires ou turbulents

Les équations de Navier-Stokes incompressibles, qui traduisent la conservation de la masse et de la quantité de mouvement, décrivent des solutions stationnaires pour l'écoulement d'un fluide newtonien (comme l'eau) de viscosité cinématique ν dans une conduite circulaire de diamètre D en présence d'un gradient de charge $dH/ds < 0$ (voir par exemple [?]). La vitesse (figure 4.2), parallèle à l'axe du cylindre, ne dépend que de la distance r au centre et s'écrit :

$$u(r) = -K_p \frac{dH}{ds} \left(2 - 8 \frac{r^2}{D^2} \right) \quad \text{avec} \quad K_p = \frac{D^2 g}{32 \nu}. \quad (4.4)$$

L'écoulement est laminaire dans la mesure où les filets d'eau, ou lames d'eau, sont réguliers.

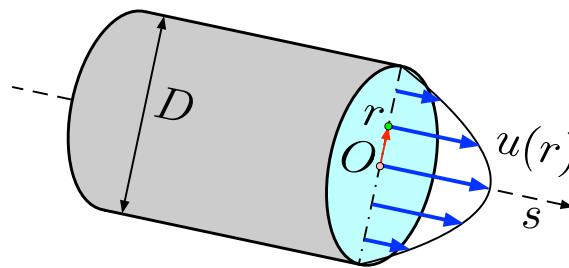


FIGURE 4.2 – Profil de vitesse $u(r)$ pour un écoulement laminaire dans une conduite circulaire.

On calcule alors la vitesse moyenne $V = \left[\int_0^{D/2} u(r)(2\pi r) dr \right] / (\pi D^2/4)$, ce qui conduit à la relation

$$V = -K_p \frac{dH}{ds}. \quad (4.5)$$

On peut interpréter K_p comme une conductivité hydraulique (voir chapitre 2) dans la mesure où la vitesse est proportionnelle à la perte de charge, comme

dans un milieu poreux. Cette propriété permet de comprendre la loi de Darcy qui décrit la superposition d'un grand nombre d'écoulements laminaires entre les pores d'un milieu poreux.

On peut aussi écrire cette expression sous la forme d'une relation de Darcy-Weisbach

$$S_f = f_{lami}(Re) \frac{V^2}{2gD} \quad \text{avec} \quad f_{lami}(Re) = \frac{64}{Re}, \quad (4.6)$$

où $Re = VD/\nu$ est le nombre de Reynolds. Le coefficient $f(Re)$ est inversement proportionnel au nombre de Reynolds, ce qui se traduit par une droite de pente -1 dans le diagramme de Moody dans la mesure où les axes sont tracés en échelles logarithmiques (figure 4.4).

1.3 Nombre de Reynolds critique

L'expérience de Reynolds (figure 4.3) consiste à documenter les valeurs des paramètres D , V et ν pour lesquels l'écoulement laminaire devient turbulent, ce qui se traduit par des trajectoires désordonnées des particules fluides que l'on peut mettre en évidence à l'aide d'un colorant.

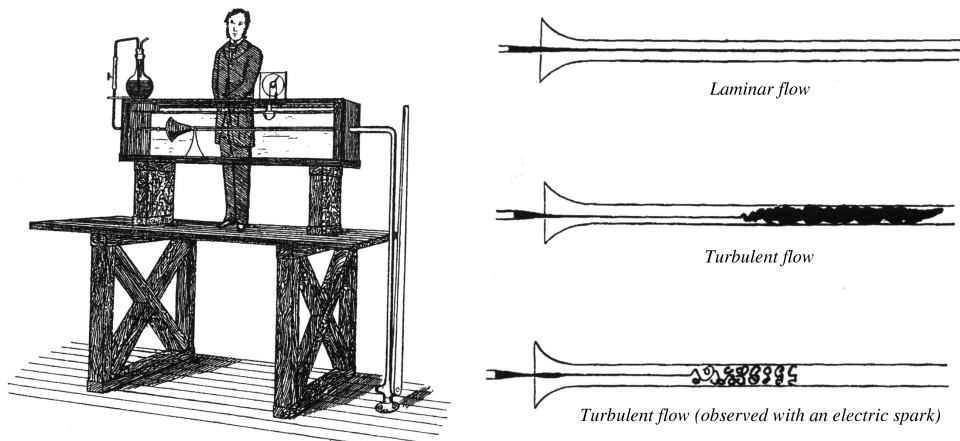


FIGURE 4.3 – Expérience de Reynolds (1883).

La transition du régime laminaire au régime turbulent s'observe lorsque le nombre de Reynolds $Re = VD/\nu$ dépasse la valeur critique $Re_c \sim 2\,300$. Cette transition se traduit par une augmentation brusque du coefficient de frottement f , comme on peut le constater sur le diagramme de Moody (figures 4.4 ou 4.10). Des calculs théoriques complexes (théorie des instabilités) permettent de déterminer ce seuil de transition.

Lorsque le nombre de Reynolds est augmenté au-delà du seuil critique Re_c , le coefficient de frottement décroît, mais bien moins vite que pour le cas laminaire (figure 4.4). Cette décroissance suit tout d'abord une courbe $f_{liss}(Re)$ qui ne dépend que de Re . On dit que le régime de l'écoulement est lisse. Lorsque le nombre de Reynolds continue d'être augmenté, le coefficient $f(r, Re)$ traverse une zone de transition pour rejoindre une courbe $f_{rug}(r)$ qui ne dépend que de la rugosité relative r . On dit que le régime de l'écoulement est rugueux. La

lecture des valeurs de f est plus ou moins aisée selon les représentations du diagramme de Moody (voir figure 4.10 pour un graphique bien résolu).

2 Calcul des pertes de charge

2.1 Formule de Colebrook

La relation de Darcy-Weisbach appliquée aux écoulements en charge dans des conduites circulaires, pour lesquels le diamètre hydraulique D_H est égal au diamètre de la conduite D , s'écrit

$$-\frac{dH}{ds} = \frac{h_f}{L} = S_f = f(r, Re) \frac{V^2}{2gD} \quad (4.7)$$

où S_f est la pente de frottement, $r = \epsilon/D$ la rugosité relative, $Re = VD/\nu$ le nombre de Reynolds et V la vitesse débitante. Le coefficient de frottement $f(r, Re)$ se détermine à l'aide du diagramme de Moody des conduites circulaires (figures 4.4 ou 4.10) ou, lorsque $Re > Re_c$, à partir de la "formule de Colebrook" suivante

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{r}{3,71} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right). \quad (4.8)$$

Il s'agit d'une équation implicite de la forme $f = \mathcal{F}(f)$ que l'on peut résoudre de manière itérative en choisissant une valeur raisonnable de f_0 puis en calculant $f_1 = \mathcal{F}(f_0)$, $f_2 = \mathcal{F}(f_1)$... jusqu'à ce que la précision soit satisfaisante (troisième décimale).

La formule de Colebrook permet de bien décrire les régimes lisses et rugueux des écoulements. Si Re n'est pas trop grand et r suffisamment petit, le régime est lisse et l'on peut déterminer $f_{liss}(Re)$ à l'aide de l'équation **implicite**

$$\frac{1}{\sqrt{f_{liss}}} = -2 \log_{10} \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{f_{liss}}} \right). \quad (4.9)$$

A contrario, pour une rugosité r donnée, il existe une valeur de Re (voir courbe noire sur la figure 4.4) au-delà de laquelle le régime est rugueux, si bien que $f_{rug}(r)$ est déterminé par la relation :

$$\frac{1}{\sqrt{f_{rug}}} = -2 \log_{10} \left(\frac{r}{3,71} \right). \quad (4.10)$$

Dans la mesure où f_{rug} ne dépend pas de la vitesse V mais uniquement des caractéristiques de la conduite, la dépendance de la pente de frottement avec le débit $Q = (\pi D^2/4) V$ est quadratique :

$$S_f = f_{rug}(r) \frac{V^2}{2gD} = \frac{8}{g\pi^2} f_{rug}(r) \frac{Q^2}{D^5}. \quad (4.11)$$

Pour les applications pratiques, plutôt que de résoudre d'entrée l'équation implicite pour f , on pourra d'abord supposer que l'écoulement est rugueux, utiliser cette formule et vérifier a posteriori si l'hypothèse est valide. Il existe aussi des approximations qui permettent d'explicitement f en fonction des paramètres du problème. Elles sont décrites ci-dessous.

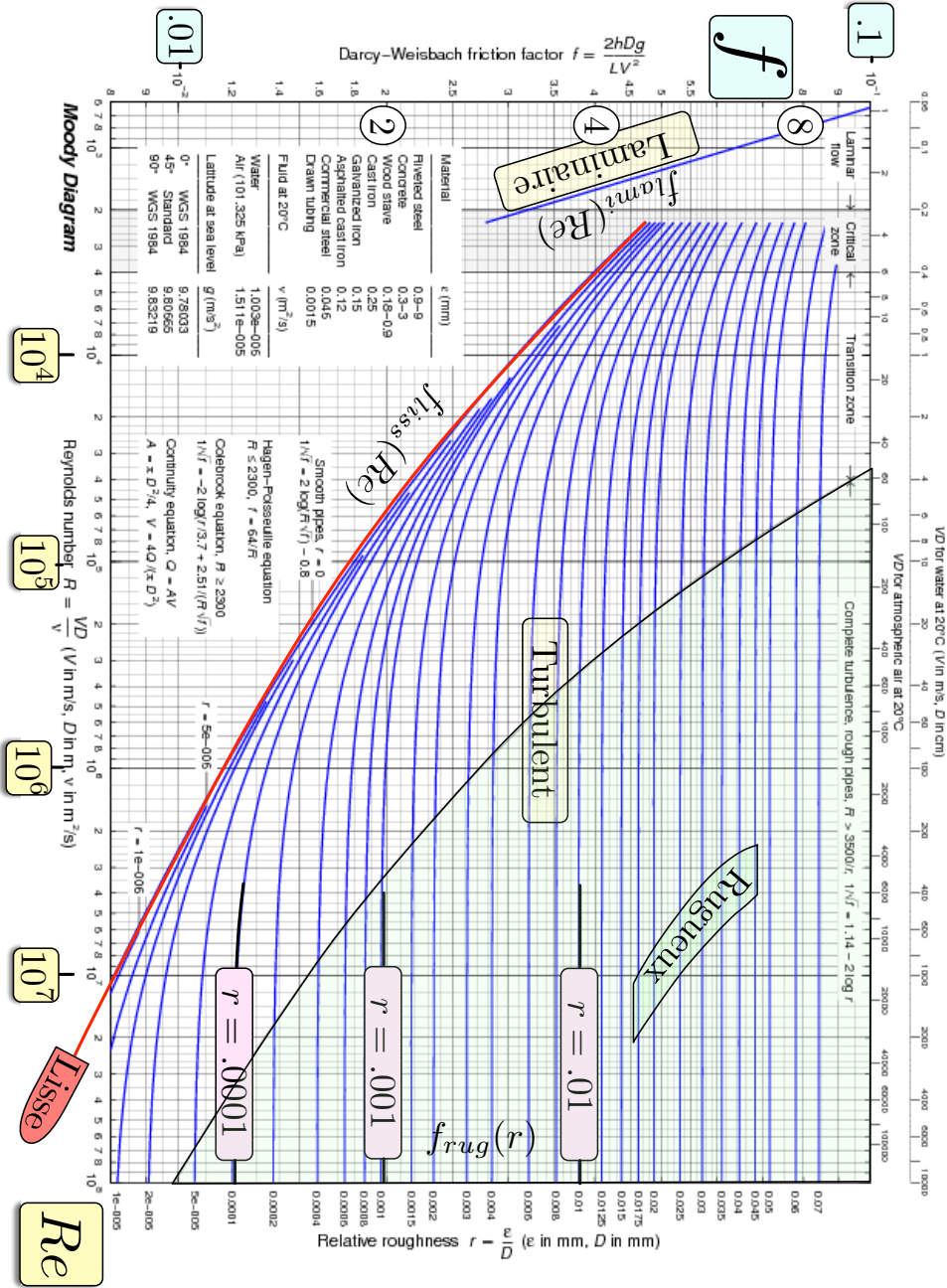


FIGURE 4.4 – Diagramme de Moody pour les conduites circulaires.

2.2 Formules explicites du coefficient de frottement

Parmi les nombreuses approximations explicites de la formule de Colebrook, la formule de Haaland (1983) est sans doute la plus simple :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1,8 \log_{10} \left[\left(\frac{r}{3,7} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{Re} \right]. \quad (4.12)$$

Les écarts à la formule de Colebrook, inférieurs au pour cent, sont en-deça des erreurs des données expérimentales qui justifient ces valeurs.

Une autre approximation de la formule de Colebrook est donnée par la formule de Hazen-Williams (table 4.1). Cette formule, très pratique pour les applications, nécessite de disposer de tables de coefficients de Hazen-Williams C_{HW} , caractéristiques des matériaux utilisés. Ces tables sont alternatives aux tables de rugosités absolues.

Matériaux	C_{HW}
Polyéthylène	150
Cuivre	130-140
Acier	110-120
Fonte	100-140
Béton	90-130

$$S_f = 10,675 \left(\frac{Q}{C_{HW}} \right)^{1,852} \frac{1}{D^{4,87}}. \quad (4.13)$$

TABLE 4.1 – Valeurs de coefficients C_{HW} et formule de Hazen-Williams.

Pour une conduite donnée, la formule de Hazen-Williams permet de tracer facilement la dépendance de la pente de frottement S_f avec le débit, comme représenté sur la figure 4.5. Ces courbes permettent de se rendre compte que les pertes de charge augmentent avec le débit et sont d'autant plus grandes que le diamètre de la conduite est petit.

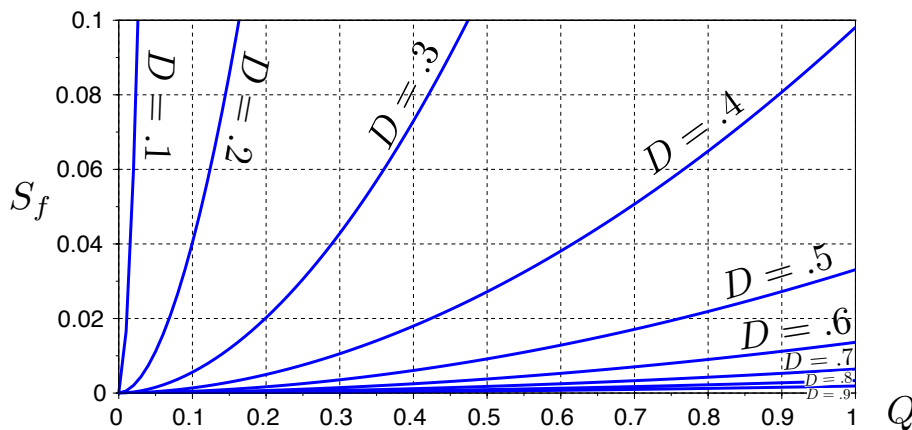


FIGURE 4.5 – Pente de frottement S_f en fonction du débit Q ($m^3.s^{-1}$) pour différentes valeurs du diamètre D (m) à partir de la formule de Hazen-Williams pour $C_{HW} = 140$.

3 Pertes de charge singulières

3.1 Coefficient de perte de charge singulière

La pente de frottement $S_f = -dH/ds$ décrit des pertes de charge régulièrement réparties le long d'une conduite, induisant une perte de charge h_f sur une longueur L avec $S_f = h_f/L$. Ces pertes de charge linéiques sont réparties sur de grandes longueurs. Elles sont complétées par des pertes de charge singulières qui opèrent sur de courtes distances : élargissements ou rétrécissements brusques, vannes, coudes, tés, etc. Une analyse dimensionnelle simple permet d'exprimer une perte de charge singulière h_s (m) en fonction de la vitesse V (m.s^{-1}) en amont de singularité et la gravité g (m.s^{-2}), à travers la relation :

$$h_s = K \frac{V^2}{2g} . \quad (4.14)$$

Les valeurs du coefficient de perte de charge singulière K (sans dimension) doivent en général être recherchées dans des tables ou des abaques fournis par les fabricants de matériel (voir des exemples figure 4.7).

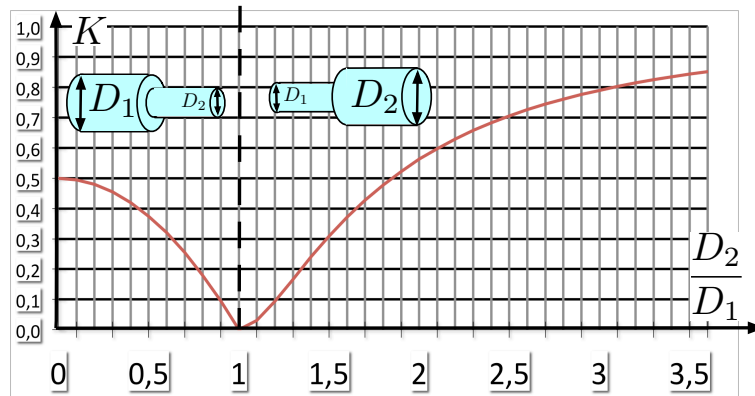


FIGURE 4.6 – Coefficient de perte de charge singulière K pour un rétrécissement ou un élargissement brusque.

Dans le cas d'un rétrécissement brusque ($D_1 > D_2$) ou d'un élargissement brusque ($D_1 < D_2$) pour des conduites circulaires, les formules suivantes sont proposées et représentées sur la figure 4.6 :

$$K = \begin{cases} 0,5 \left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 \right] & \text{si } D_1 > D_2 , \\ \left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^{-2} \right]^2 & \text{si } D_1 < D_2 . \end{cases} \quad (4.15)$$

Le coefficient de perte de charge singulière dans un coude dépend de l'angle de déviation φ de l'écoulement et du rayon de courbure ρ_c comme représenté sur la figure 4.9 ou à travers la relation

$$K = \frac{2\varphi}{\pi} \left[0,131 + 1,847 \left(\frac{2\rho_c}{D} \right)^{-3,5} \right] . \quad (4.16)$$

Le coefficient de perte de charge singulière dans une dérivation dépend de l'angle de déviation φ comme indiqué dans la figure 4.8.

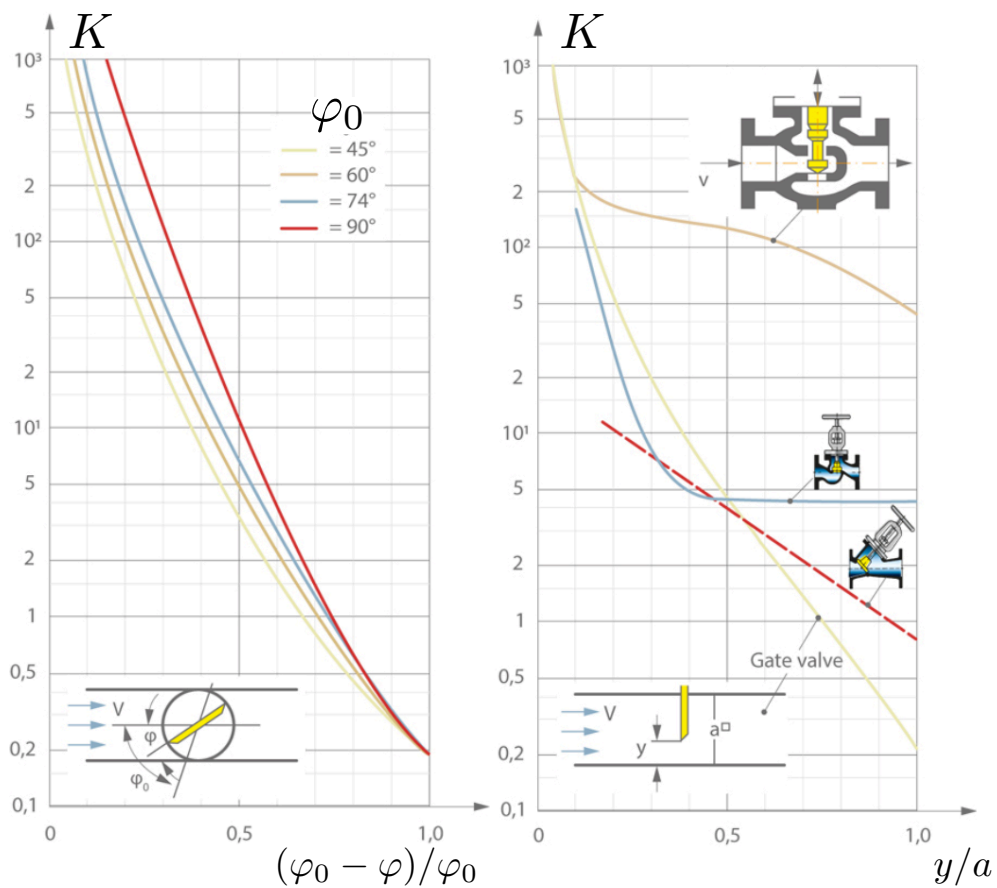


FIGURE 4.7 – Exemple d’abaques de coefficients de perte de charge singulière K pour différentes vannes proposées par un fabricant. Sources [?].

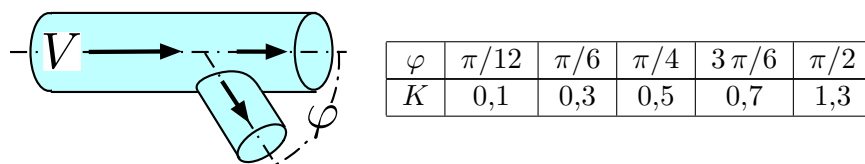


FIGURE 4.8 – Coefficient de perte de charge singulière pour une dérivation d’angle φ .

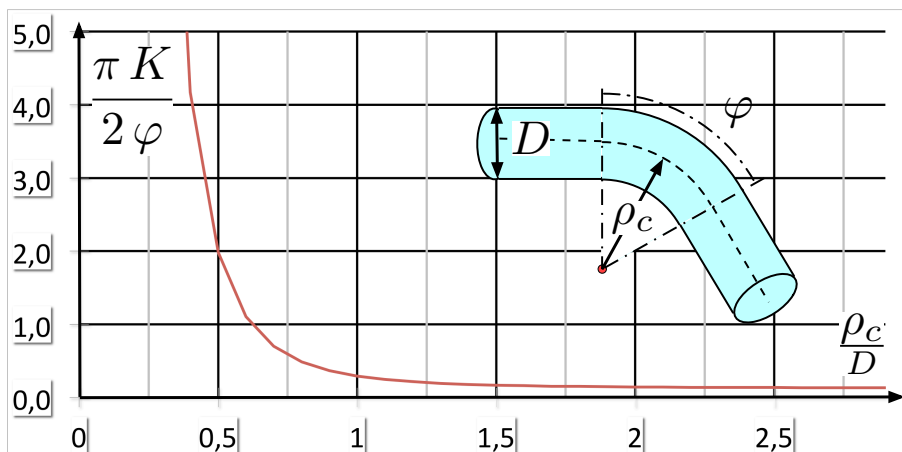


FIGURE 4.9 – Coefficient de perte de charge singulière pour un coude de rayon ρ_c et d'angle φ .

3.2 Longueur équivalente

La longueur équivalente L_{eq} associée à une singularité hydraulique est définie comme la longueur de la conduite de diamètre D qui produirait une perte de charge h_f égale à la perte de charge singulière h_s pour une vitesse V donnée. En utilisant les équations (4.7) et (4.14), respectivement

$$\frac{h_s}{L_{eq}} = f(r, Re) \frac{V^2}{2gD} \quad \text{et} \quad h_s = K \frac{V^2}{2g}, \quad (4.17)$$

la longueur équivalente est donc définie par

$$L_{eq} = \frac{KD}{f(r, Re)}. \quad (4.18)$$

Cette définition est utile dans le cas des régimes rugueux où $f(r)$ ne dépend pas du Reynolds, ce qui permet d'affirmer que L_{eq} ne dépend pas du débit.

La notion de longueur équivalente peut être également définie avec la formule de Hazen-William (4.13) ce qui conduit à

$$\frac{h_s}{L_{eq}} = 10,675 \left(\frac{Q}{C_{HW}} \right)^{1,852} \frac{1}{D^{4,87}}. \quad (4.19)$$

FORMULAIRE

Charge hydraulique

La charge hydraulique des écoulements en charge est définie en fonction de la cote Z du centre de la section, de la pression P au centre et de la vitesse débitante V dans la conduite :

$$H = \frac{P}{\rho g} + Z + \frac{V^2}{2g}.$$

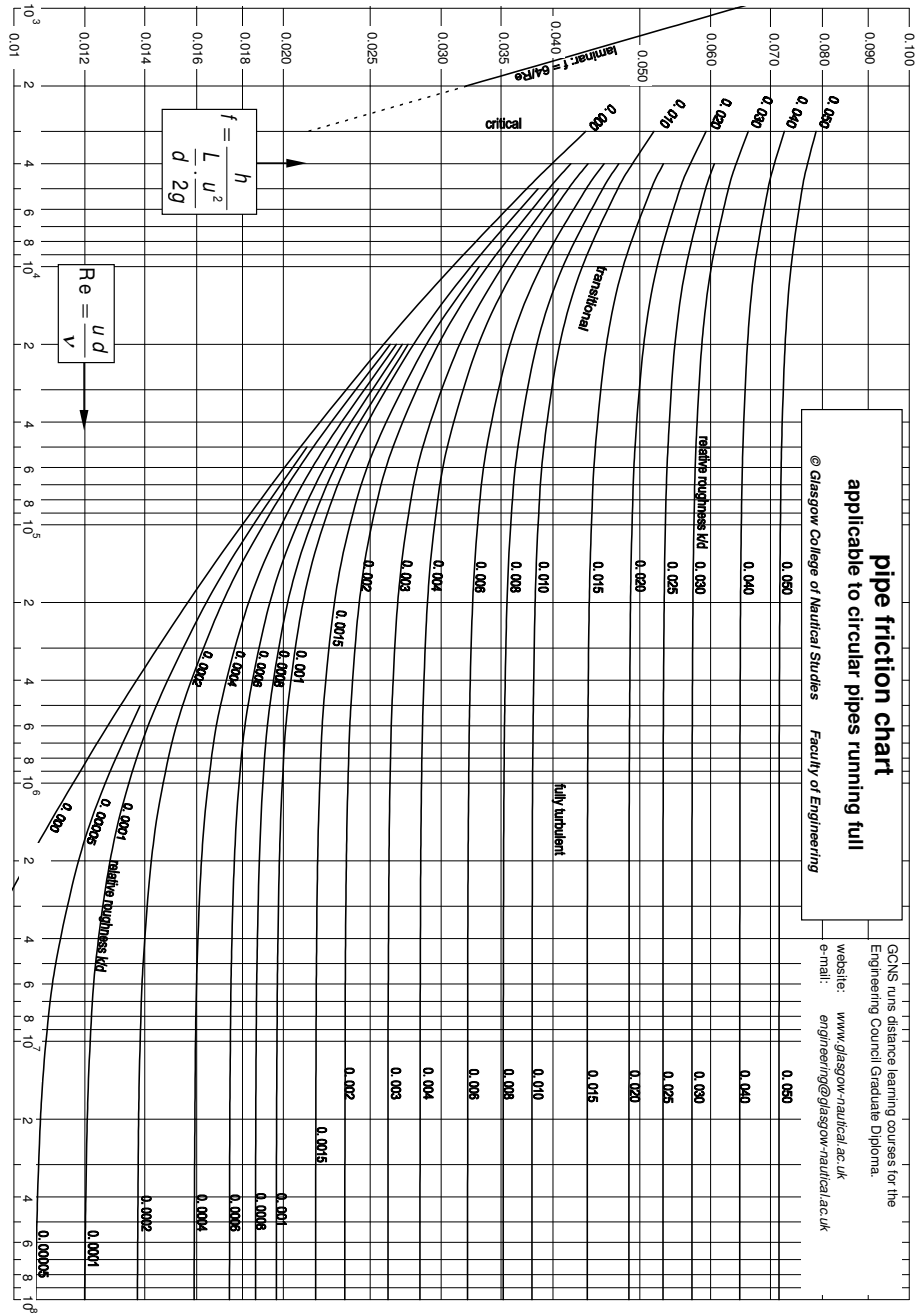


FIGURE 4.10 – Diagramme de Moody pour les conduites circulaires.

Formule de Darcy-Weisbach

La pente de charge S_f est le quotient de la perte de charge h_f sur la longueur L d'une portion de conduite. C'est donc la perte de charge linéique $-dH/ds$. Elle s'exprime en fonction de la vitesse V , du diamètre D de la conduite et du coefficient de frottement f par la formule de Darcy-Weisbach :

$$-\frac{dH}{ds} = \frac{h_f}{L} = S_f = f(r, Re) \frac{V^2}{2gD}.$$

Formule de Colebrook

Le coefficient de frottement $f(r, Re)$ dépend de la rugosité relative $r = \epsilon/D$ et du nombre de Reynolds $Re = VD/\nu$ à travers la formule de Colebrook :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{r}{3,71} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right).$$

Le diagramme de Moody, qui représente graphiquement $f(r, Re)$, fait apparaître un régime laminaire avec $f_{lami} = 64/Re$, un régime lisse avec $f_{liss}(Re)$ et un régime rugueux $f_{rug}(r)$.

Formule de Hazen-Williams

La formule de Hazen-Williams, moins précise mais plus pratique, est souvent utilisée dans les applications, à condition de disposer des valeurs des coefficients C_{HW} :

$$\frac{h_f}{L} = 10,675 \left(\frac{Q}{C_{HW}} \right)^{1,852} \frac{1}{D_H^{4,87}}.$$

Pertes de charge singulières

Le coefficient de pertes de charge singulières est défini par la formule suivante, dans laquelle V est la vitesse en amont de la singularité :

$$h_s = K \frac{V^2}{2g}.$$

Longueur équivalente

Une singularité peut être remplacée par une conduite de même diamètre dont la longueur équivalente produit la même perte de charge singulière en utilisant

la formule de Colebrook ou de Hazen-Williams, respectivement :

$$\frac{h_s}{L_{eq}} = f(r, Re) \frac{V^2}{2gD} \quad \text{ou} \quad \frac{h_s}{L_{eq}} = 10,675 \left(\frac{Q}{C_{HW}} \right)^{1,852} \frac{1}{D^{4,87}} .$$

EXERCICES

EXERCICE 4.1 Rendements d'un barrage hydroélectrique

On considère l'écoulement en charge amenant l'eau d'une retenue de cote de surface libre Z_g à une retenue de cote de surface libre Z_v telle que la hauteur brute est égale à $h_{brut} = Z_g - Z_v = 900$ m (voir figure 4.11).

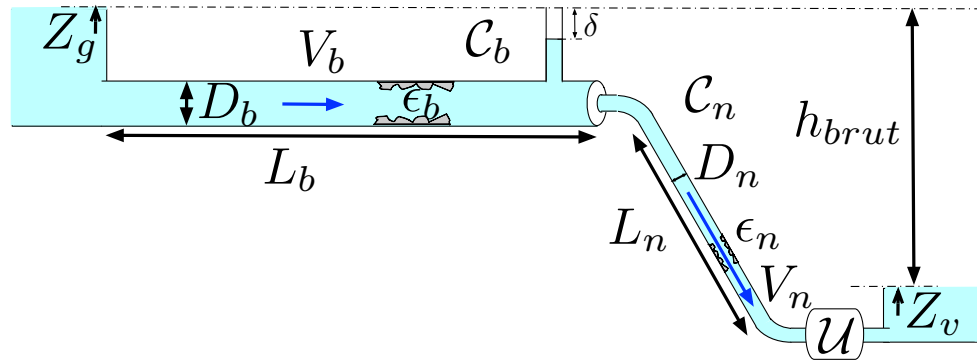


FIGURE 4.11 – Barrage hydroélectrique \mathcal{U} et ses galeries et conduites forcées.

On suppose que les conduites, de sections circulaires, sont une galerie souterraine en béton \mathcal{C}_b de longueur $L_b = 7$ km, de diamètre $D_b = 7$ m et de rugosité absolue $\epsilon_b = 2,8$ mm, suivie d'une conduite forcée en acier \mathcal{C}_n de longueur $L_n = 1,5$ km, de diamètre $D_n = 3$ m et de rugosité absolue $\epsilon_n = 2,4$ mm. La galerie et la conduite forcée sont reliées par un rétrécissement brusque, suivi de deux coudes de rayon de courbure $\rho_c = 5$ m et d'angle de déviation $\varphi = \pi/3$. Une cheminée d'équilibre met en contact l'eau de la conduite \mathcal{C}_b avec l'atmosphère au moyen d'une conduite verticale suffisamment haute pour éviter tout débordement. La conduite \mathcal{C}_n alimente une usine hydroélectrique \mathcal{U} dont le rendement des turbines est $\eta_{turb} = 0,93$ et le rendement des alternateurs et transformateurs pour convertir l'énergie mécanique en énergie électrique est $\eta_{mec} = 0,92$. On définit le rendement global η à partir de la puissance électrique récupérable $\Pi_{rec}(Q) = \eta \rho g h_{brut} Q$ où Q est le débit.

- 1) On suppose que la vitesse dans la conduite en acier \mathcal{C}_n est $V_n = 10$ m/s. Calculer le débit Q_{10} dans les conduites \mathcal{C}_n et \mathcal{C}_b .
- 2) Calculer la vitesse V_b dans la conduite \mathcal{C}_b .
- 3) Calculer le coefficient de frottement f_n dans la conduite \mathcal{C}_n .
- 4) Calculer le coefficient de frottement f_b dans la conduite \mathcal{C}_b .
- 5) En déduire la valeur de la somme des pertes de charge linéiques h_f dans les conduites.
- 6) Calculer la somme des pertes de charge singulières h_s entre les retenues amont et aval.
- 7) On définit la hauteur nette comme étant la hauteur du réservoir d'altitude qui produirait, pour un même débit, la même charge à l'amont de l'usine \mathcal{U} si les pertes de charge dans les conduites étaient nulles. Calculer la hauteur nette h_{net} et le rendement des conduites $\eta_{cond} = h_{net}/h_{brut}$ pour le débit Q_{10} .
- 8) En déduire le rendement global η_{10} et la puissance électrique $\Pi_{rec}(Q_{10})$

délivrée pour le débit Q_{10} .

- 9) Montrer que l'on peut écrire, dans le cas des régimes rugueux, $\Pi_{rec}(Q) = \eta_{turb} \eta_{mec} \rho g (h_{brut} - \alpha Q^2) Q$ où α est coefficient que l'on calculera en négligeant les pertes de charge singulières. En déduire la puissance maximale Π_m et le débit Q_m correspondant. Quel est, dans ce cas, le rendement global η_m ?
- 10) Que deviennent les coefficients de frottement f_b et f_n lorsque le débit est divisé par dix, cent ou mille.

Corrigé 4.1 Rendements d'un barrage hydroélectrique

1) Le débit est $Q_{10} = V_n A_n = 71 \text{ m}^3/\text{s}$ avec $A_n = \pi D_n^2/4 = 7,1 \text{ m}^2$. 2) La vitesse V_b dans la conduite C_b en béton est $V_b = Q_{10}/A_b = 1,8 \text{ m/s}$ avec $A_b = \pi D_b^2/4 = 38,5 \text{ m}^2$. 3) Le nombre de Reynolds dans la conduite C_b est $Re_b = V_b D_b/\nu = 1,3 \cdot 10^7$. Comme la rugosité relative de la conduite C_b est $r_b = 4 \cdot 10^{-4}$, on lit sur le diagramme de Moody ou en résolvant l'équation implicite de Colebrook que $f_b = 0,016$. 4) Le nombre de Reynolds dans la conduite C_n est $Re_n = V_n D_n/\nu = 3,0 \cdot 10^7$. Comme la rugosité relative de la conduite C_n est $r_n = 8 \cdot 10^{-4}$, on lit sur le diagramme de Moody ou en résolvant l'équation implicite de Colebrook que $f_n = 0,019$. 5) Les pertes de charge linéiques sont $h_{fb} = L_b f_b V_b^2/(2g D_b) = 2,7 \text{ m}$ pour la conduite C_b et $h_{fn} = L_n f_n V_n^2/(2g D_n) = 47,4 \text{ m}$ pour la conduite C_n . La somme des pertes de charge linéiques vaut $h_f = h_{fb} + h_{fn} = 50 \text{ m}$. 6) Les coefficients de pertes de charge singulières sont : $K_{bn} = 0,5 [1 - (D_n/D_b)^2] = 0,41$ pour le rétrécissement brusque et $K_c = \frac{2\varphi_c}{\pi} [0,131 + 1,847 (2\rho_c/D_n)^{-3,5}] = 0,11$ pour chacun des coudes. On en déduit les pertes de charge $h_{sbn} = K_{sbn} V_b^2/(2g) = 0,07 \text{ m}$ et deux fois $h_{sc} = K_{sc} V_n^2/(2g) = 0,54 \text{ m}$. La somme des pertes de charge singulières est $h_s = h_{sbn} + 2h_{sc} = 1,1 \text{ m}$. 7) La perte de charge totale est $\Delta H = h_f + h_s = 51 \text{ m}$ si bien que la hauteur nette est $h_{net} = h_{brut} - \Delta H = 849 \text{ m}$. Le rendement dû aux conduites est donc $\eta_{cond} = 0,94$, ce qui signifie que 16% de la hauteur brute a été consommée en perte de charge dans les conduites. 8) Le rendement global est $\eta = \eta_{cond} \eta_{turb} \eta_{mec} = 0,8$. La puissance électrique récupérable correspondant au débit $Q_{10} = 71 \text{ m}^3/\text{s}$ est $\Pi_{rec}(Q_{10}) = 500 \text{ MW}$. 9) On peut écrire la perte de charge sous la forme $\Delta H = \alpha Q^2$ avec $\alpha = 8 (f_b L_b/D_b^5 + f_n L_n/D_n^5)(\pi^2 g)$ en négligeant les pertes de charges singulières. On obtient $\alpha = 1,0 \cdot 10^{-2}$ si on suppose que l'écoulement reste rugueux, avec $f_b = 0,016$ et $f_n = 0,019$, ce que l'on vérifie a posteriori. La puissance $\Pi_{rec}(Q) = \eta_{turb} \eta_{mec} \rho g [h_{brut} - \alpha Q^2] Q$ est maximale pour $h_{net}/h_{brut} = 2/3$ (rendement des conduites de 66 %) et vaut donc $\Pi_m = 862 \text{ MW}$ avec $Q_m = 171 \text{ m}^3/\text{s}$ et $V_m = 24 \text{ m/s}$. Le rendement global vaut alors $\eta_m = 0,57$. 10) Pour les débits considérés, les nombres de Reynolds sont respectivement $Re_b \in 1,3 \{10^7; 10^6; 10^5; 10^4\}$ pour la conduite C_b et $Re_n \in 3 \{10^7; 10^6; 10^5; 10^4\}$ pour la conduite C_n . Les coefficients de perte de charge prennent alors les valeurs $f_b \in \{16; 16; 19; 29\} 10^{-2}$ et $f_n \in \{19; 19; 20; 25\} 10^{-2}$.

NOTATIONS

A	Aire d'une section (m^2)
C_{HW}	Coefficient de Hazen-Williams ()
D_H	Diamètre hydraulique (m)
D	Diamètre (m)
f	Coefficient de frottement ()
f_{lami}	Coefficient de frottement du régime laminaire ()
f_{liss}	Coefficient de frottement du régime lisse ()
f_{rug}	Coefficient de frottement du régime rugueux ()
g	Gravité (m.s^{-2})
H	Charge hydraulique (m)
h_f	Perte de charge dans une conduite (m)
h_s	Perte de charge singulière (m)
K	Coefficient de perte de charge singulière ()
K_p	Conductivité hydraulique (m.s^{-1})
L	Longueur de la conduite (m)
L_{eq}	Longueur équivalente (m)
P	Pression (Pa)
P_a	Pression atmosphérique (Pa)
Q	Débit ($\text{m}^3.\text{s}^{-1}$)
r	Rugosité relative ()
Re	Nombre de Reynolds ()
s	Coordonnée curviligne (m)
S_f	Pente de frottement ()
u	Profil de vitesse (m.s^{-1})
V	Vitesse moyenne (m.s^{-1})
Z	Coordonnée verticale (m)
α	Constante ()
ϵ	Rugosité absolue (m)
η	rendement global ()
η_{turb}	rendement d'une turbine ()
η_{mec}	rendement alternateur et transformateur ()
η_{cond}	rendement des conduites ()
ν	Viscosité cinématique ($\text{m}^2.\text{s}^{-1}$)
Π_{rec}	Puissance récupérable (W)
ρ	Masse volumique de l'eau (kg.m^{-3})
φ	Angle de déviation (rad)
φ_0	Angle de fermeture (rad)